

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 13 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω AB ένα ευθύγραμμο τμήμα με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Αν $M(x, y)$ είναι το μέσο του τμήματος AB, τότε να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος**.

α. Αν ισχύει $\vec{\alpha} = -3\vec{\beta}$, τότε $|\vec{\alpha}| = -3|\vec{\beta}|$.

β. Αν $\vec{\alpha} = -5\vec{\beta}$, τότε $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right) = 180^\circ$.

γ. Ισχύει ότι $\det(\vec{\alpha}, 2\vec{\alpha}) = 2$.

δ. Ισχύει ότι $\det(\vec{\alpha}, -\vec{\alpha}) = 0$.

ε. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, τότε $\vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(2, -4)$ και $B(0, -2)$

α. Να βρείτε το μέσο M του τμήματος AB.

(Μονάδες 7)

β. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ζ) του ευθύγραμμου τμήματος AB.

(Μονάδες 9)

γ. Αν (ζ): $y = x - 4$ και (ϵ): $y = 2 \cdot x - 6$, τότε να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών (ζ) και (ϵ).

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνονται τα διανύσματα: $\vec{\alpha} = (\lambda^2 + 3\lambda, \lambda^2 - 9)$ και $\vec{\beta} = (5 - \lambda, 1 - 3\lambda)$. Να βρείτε για ποια τιμή του λ :

α. τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ίσα.

(Μονάδες 6)

β. Το $\vec{\alpha}$ είναι το μηδενικό.

(Μονάδες 5)

Γ2. Δίνονται τα σημεία:

$$A(-3, 4), \quad B(5, -4), \quad \Gamma(-9, 12), \quad \Delta(1, -8)$$

α. Να βρείτε τα μέσα M και N των AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα και στη συνέχεια τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{MN}

(Μονάδες 8)

β. την απόσταση των σημείων A και B

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 6)$ και $B(-9, -2)$. Να βρείτε το σημείο του άξονα $x'x$ που ισαπέχει από τα A και B

(Μονάδες 8)

Δ2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει:

$$\left(\overset{\wedge}{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \right) = \frac{\pi}{3}, \quad |\vec{\alpha}| = \sqrt{2} \quad \text{και} \quad |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$$

α. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

(Μονάδες 3)

β. Αν $2\vec{\alpha} + \vec{\beta} \perp k\vec{\alpha} + \vec{\beta}$, να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 7)

γ. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

(Μονάδες 7)