

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
2018 -2019
www.ereuna.com.gr

ΤΑΞΗ: Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ / ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/7/2018

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΘΕΜΑ Α

A.1 Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση $1 - 1$;

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

A.2 Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Αν μία συνάρτηση f είναι συνάρτηση $1 - 1$ τότε είναι γνησίως
μονότονη»

1

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας
το γράμμα Α αν είναι αληθής ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

A.3 Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει στο $x_0 \in A$
(ολικό) μέγιστο;

Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει στο $x_0 \in A$
(ολικό) ελάχιστο;

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
2018 -2019
www.ereuna.com.gr

A.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή , ή **Λάθος** , αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1 στο A όταν
για κάθε $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

β) Αν η $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1 τότε:
 $(f \circ f^{-1})(x) = x$ για κάθε $x \in f(A)$

γ) Αν μία συνάρτηση είναι 1-1 τότε υπάρχουν σημεία της C_f με την ίδια τεταγμένη.

δ) Οι γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

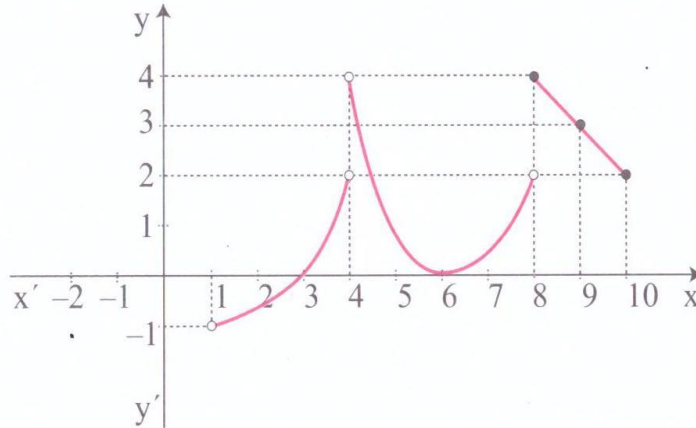
ε) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = l$ με $l > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \sqrt{l}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
2018 -2019
www.ereuna.com.gr

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



B.1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B.2 Να βρείτε αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

3

i) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

iii) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

iv) $\lim_{x \rightarrow 2} f(4x)$

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

B.3 Να εξετάσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

B.4 Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B.5 Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$ για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
2018 -2019
www.ereuna.com.gr

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ και $g(x) = 1 - \ln x$

Γ.1 Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ.2 Να δείξετε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται και να βρείτε την f^{-1} ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ.3 Να βρείτε την συνάρτηση $h(x) = (f^{-1} \circ g)(x)$ ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ.4 Να μελετήσετε την συνάρτηση h ως προς την μονοτονία ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ.5 Αν ισχύει ότι: $1 < \alpha < \beta < e$ να δείξετε ότι: $\frac{1-\ln \alpha}{1-\ln \beta} > \frac{\ln \alpha}{\ln \beta}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 6

4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $(f \circ f)(x) + f(x) = 3x - 4$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν ακόμα ισχύει $f(3) = 8$

Δ.1 Να βρείτε την τιμή $f(8)$ ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Δ.2 Να δείξετε ότι η f είναι $1-1$ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Δ.3 Να βρείτε την τιμή $f^{-1}(3)$ ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Δ.4 Να λύσετε την εξίσωση $f(f^{-1}(x^2 - 4x) - 3) = 3$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8