

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1) Να λυθεί η εξίσωση:  $(x - 2)^2 - (x - 1)(x + 1) = (x + 3)^2 - 6x - 9$

Απ.  $x = -5$  ,  $x = 1$

---

2) Να λυθεί με όποια μέθοδο θέλετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{23}{12} \\ 2x + 7y = -2 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (13, -4)$

---

3) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x+1}{2x+4} = \frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x+1}$

Απ.  $x = -3$

---

4) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (3, 2)$

---

5) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{4}{x^2-x-2} + \frac{x+5}{2x+2} = \frac{2x}{3x-6}$

Απ.  $x = 3$

---

6) Να λυθεί με όποια μέθοδο θέλετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} 4x + y = -6 \\ \frac{6x-y}{2} - \frac{x+2y}{5} = -1 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (-1, -2)$

---

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

7) Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \frac{x-3}{x}$  ,  $B = \frac{x-1}{3-x}$  και  $\Gamma = \frac{3-x^2}{x^2-3x}$

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζονται οι παραστάσεις  $A, B$  και  $\Gamma$

B. Να λύσετε την εξίσωση:  $A + B = \Gamma$

Απ.  $x = 2$

8) Δίνεται το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 3 \\ 3(x-1) + y = 2(y+3) \end{cases}$$

A. Να δείξετε ότι με κατάλληλες πράξεις καταλήγει στην μορφή:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

B. Να λυθεί το  $(\Sigma)$  του ερωτήματος A.

Απ.  $(x, y) = (2, -3)$

2

9) Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -4x^2 - 8x + 1$

όταν  $-3 \leq x \leq 1$ .

Να βρείτε την κορυφή της και τον άξονα συμμετρίας.

Απ.  $K(-1, 5)$   $max: y = 5$  ,  $x = -1$

10) Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$\alpha) 4x^2 - 18 =$      $\beta) x^2 + 10x + 25 =$      $\gamma) x^2 + xy + ax + ay =$

Απ.  $\alpha) 2x(2x - 9)$  ,  $\beta) (x + 5)^2$  ,  $\gamma) (x + y)(x + a)$

11) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 5 \\ \frac{2x+5}{3} - \frac{y+1}{4} = 3 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (-1, -9)$

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

---

12) Να λυθεί η εξίσωση:  $-x^2 + 5x - 6 = 0$

Απ.  $x = 2$  ,  $x = 3$

---

13) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (1, 2)$

---

14) Δίνεται η παράσταση:  $A = 6x(x - 3) - (1 - 2x)^2 - 5(2 - x) - (-6 - 6x)$

i) Να δείξετε ότι  $A = 2x^2 - 3x - 5$

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $2x^2 - 3x - 5 = 0$

Απ.  $x = \frac{5}{2}$  ,  $x = -1$

---

15) Δίνεται η παράσταση:  $A = (x - 3)^2 + (x - 2)(x + 1) - (x - 5)(x + 5) - 26$

i) Να δείξετε ότι  $A = x^2 - 7x + 6$

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $A = 0$

Απ.  $x = 1$  ,  $x = 6$

---

16) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x-y}{3} - \frac{2x-y}{4} = \frac{2}{3} \\ \frac{2(x+y)}{3} + 1 = \frac{x}{5} \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (-5, 2)$

---

17) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} 5x + 2y - (x + y) = 3 \\ 6x + 10y = 3(x + 2y) - 1 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (1, -1)$

---

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

---

18) α) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{x^3-y^3}{(x+y)^2-xy} = x - y$

β) Να υπολογίσετε την παράσταση:  $\frac{20^3-18^3}{38^2-20 \cdot 18}$

Απ. 2

---

19) Σε μία εκδρομή πήραν μέρος 28 άτομα, γυναίκες και άντρες.

Κάθε άντρας πλήρωσε 10€ και κάθε γυναίκα 6€.

Αν όλοι μαζί πλήρωσαν 216€ πόσοι ήταν οι άντρες και πόσες οι γυναίκες;

Απ. Α = 12, Γ = 16

---

20) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x^2-12}{x^2-4} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x+2}$

Απ.  $x = -1$

---

21) Να υπολογίσετε το γινόμενο:  $\frac{a^2-\beta^2}{3a+6\beta-4} \cdot \frac{4a+8\beta}{a^2-2a\beta+\beta^2}$

Απ.  $\frac{4(a+\beta)}{3(a-\beta)}$

---

22) Να λυθεί η εξίσωση:  $2(x^2 + 2) + x = (x - 1)^2 + 1$

Απ.  $x = -1$ ,  $x = -2$

---

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

23) Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \frac{3}{1-x}$  ,  $B = \frac{1}{x}$  και  $\Gamma = \frac{3}{x^2-x}$

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζονται οι παραστάσεις  $A, B$  και  $\Gamma$

B. Να λύσετε την εξίσωση:  $1 - A - B = \Gamma$

Απ.  $x = -2$

24) Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: y = 2x$  και  $\varepsilon_2: y = -x + 3$

α) Να βρείτε το κοινό σημείο των δύο ευθειών.

β) Να βρείτε τα σημεία τομής κάθε ευθείας με τον άξονα  $x'$ .

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν τα 3 παραπάνω σημεία.

Απ. α)  $(1, 2)$  β)  $(0, 0)$  και  $(0, 3)$  γ) 3τ.μ.

5

25) Δίνεται το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 3 \\ 3(x-1) - 2 = 2(y+3) + 1 \end{cases}$$

A. Να δείξετε ότι με κατάλληλες πράξεις καταλήγει στην μορφή:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

B. Να λυθεί το  $(\Sigma)$  του ερωτήματος A.

Απ.  $(x, y) = (2, -3)$

26) Να λυθεί η εξίσωση:  $(x-3) \cdot (x-2) = 2(x^2-4)$

Απ.  $x = -7$  ,  $x = 2$

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

27) Για δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου ισχύει:

$$P(B) = \frac{3}{14} \text{ και } P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

Αν ισχύει  $P(A) = 2P(A')$  να βρεθεί η πιθανότητα  $P(A \cap B)$ .

---

28) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{2}{x^2-1} + \frac{3}{x^2+3x+2} = \frac{2}{x+2}$

Απ.  $x = -\frac{1}{2}$  ,  $x = 3$

---

29) Να λυθεί η εξίσωση:  $(2x - 3)^2 - (x - 2)^2 = 2(x^2 - 4) - 2$

Απ.  $x = 3$  ,  $x = 5$

---

30) Να υπολογίσετε το πηλίκο:  $\frac{x^2-x-2}{x^2+3x} : \frac{2x^2-8}{4x+12}$

Απ.  $\frac{2(x+1)}{x(x+2)}$

---

31) Να λυθεί η εξίσωση:  $1 - \frac{2x-1}{x-x^2} = \frac{1}{x} + \frac{2x+2}{x^2-1}$

Απ.  $x = 2$

---

32) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} 0,3 \cdot (x - 2) + 0,1 \cdot (y + 6) = \frac{1}{2} \\ \frac{2x-y+3}{3} - \frac{y-6}{6} = 1 - \frac{x-3}{3} - \frac{4y-2x-4}{4} \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

---

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

33) Δίνεται η παράσταση:  $A = (x - 2)^2 + (x + 3)(x - 2) - (x - 4)(x + 4) - 18$

i) Να δείξετε ότι  $A = x^2 - 3x - 4$

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $A = 0$

Απ.  $x = -1$  ,  $x = 4$

---

34) Δίνεται η εξίσωση:  $\frac{x-1}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{x+3}{x^2+x}$

α) Να βρείτε το ΕΚΠ των παρανομαστών και με κατάλληλες πράξεις να δείξετε ότι μετασχηματίζεται στην εξίσωση:  $x^2 - 3x - 4 = 0$

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $x^2 - 3x - 4 = 0$

Απ.  $x = 4$

---

35) Δίνεται το σύστημα: 
$$\begin{cases} 1 - \frac{x}{2} = \frac{x-2y}{3} \\ x - \frac{2x-y}{4} = \frac{y}{2} \end{cases}$$

A. Να δείξετε ότι με κατάλληλες πράξεις καταλήγει στην μορφή:

$$\begin{cases} -5x + 4y = -6 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

B. Να λυθεί το (Σ) του ερωτήματος A.

Απ.  $(x, y) = (-2, -4)$

---

36) Να λυθεί η εξίσωση:  $4x^2 + 3x - 1 = 0$

Απ.  $x = -1$  ,  $x = \frac{1}{4}$

---

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

- 37) Να γίνει η παρακάτω διαίρεση και να γραφτεί η ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης:

$$(6x^4 - x^2 + 2x - 7) : (x - 1)$$

$$\text{Απ. } (6x^4 - x^2 + 2x - 7) = (x - 1)(6x^3 + 6x^2 + 5x + 7)$$

---

- 38) Να λυθεί η εξίσωση:  $6x^2 - 11x - 2 = 0$

$$\text{Απ. } x = -\frac{1}{6}, x = 2$$

---

- 39) Να λυθεί η εξίσωση:  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

$$\text{Απ. } x = -\frac{1}{2}, x = 2$$

---

- 40) Να λυθεί με όποια μέθοδο θέλετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{Απ. } (x, y) = (2, 1)$$

---

- 41) Να εξετάσετε αν έχουν κοινή λύση οι εξισώσεις:

$$(x - 2)^2 + (x + 3)(x - 3) = -3x - 4 \quad \text{και} \quad \frac{x+1}{x^2-x} = \frac{x}{x^2-1}$$

$$\text{Απ. } x = -\frac{1}{2}$$

---

- 42) Α. Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ -2x + 6y = -2 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

- Β. Να εξετάσετε αν η λύση του (Σ) του ερωτήματος Α βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $\varepsilon: x - y = -4$

$$\text{Απ. } \text{Α. } (x, y) = (7, 2) \quad \text{Β. Όχι}$$



# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

---

43) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (2x - 1)^2 + x(1 - x) - (x^2 + 3)$

A. Αφού εκτελέσετε τις πράξεις να διατάξετε το  $P(x)$  κατά τις φθίνουσες δυνάμεις και να βρεθεί ο βαθμός του.

B. Να λυθεί η εξίσωση:  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

Απ. A. 2ου B.  $x = -\frac{1}{2}$  ,  $x = 2$

---

44) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} 3(x + y) + 2(x - y) = 7 \\ \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} = \frac{17}{6} \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (2, 4, -5)$

---

45) Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

Απ.  $(x, y) = (4, 6)$

www.ereuna.com.gr

46) A. Να γίνουν γινόμενα οι παρακάτω παραστάσεις  $x - x^2$  και  $x^2 - 1$

B. Να βρεθεί το ΕΚΠ των παραστάσεων  $x$  ,  $x - x^2$  και  $x^2 - 1$

Γ. Να λυθεί η εξίσωση:  $1 - \frac{2x-1}{x-x^2} = \frac{1}{x} + \frac{2x}{x^2-1}$

Απ. Γ. Αδύνατη

---

47) Να κάνετε τις πράξεις:

$(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - 2\beta)(\alpha + 2\beta) + (2\alpha - \beta)^2 - 3(\alpha^2 - \beta^2) - 4\alpha\beta$

Απ.  $(\alpha - 3\beta)^2$

# ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2017 -2018

www.ereuna.com.gr

48) Να λυθεί η εξίσωση:  $x^2 - 7x + 10 = 0$

Απ.  $x = 2$  ,  $x = 5$

49) Δίνεται το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{2x+y}{5} - \frac{y}{2} = 4 \\ 2(x-1) = x+1 - 2(y+2) \end{cases}$$

A. Να λυθεί με όποια μέθοδο θέλετε.

B. Αν  $(x_0, y_0)$  η λύση του συστήματος να δείξετε ότι:

$$x_0 + 2y_0 + 5 = 4$$

Απ.  $(x, y) = (7, -4)$

50) A. Να υπολογιστεί η παράσταση:  $P(x) = (x+1)^2 - 4(x+1) + 3$

B. Αν  $P(x) = x^2 - 2x$  να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{3}{x} + \frac{2x-3}{x-2} + \frac{2-x^2}{P(x)}$$

Απ.  $x = -\frac{1}{3}$  ,  $x = 2$

10

www.ereuna.com.gr