

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 21 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017
www.ereuna.com.gr

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ Α

A.1 Έστω μία συνάρτηση f η οποία είναι ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$. Αν

f είναι συνεχής στο $[a, b]$ και

Τότε να αποδείξετε ότι για κάθε αριθμό λ μεταξύ των $f(a)$ και $f(b)$ υπάρχει ένας τουλάχιστον $x \in [a, b]$ τέτοιος ώστε $f(x) = \lambda$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

A.2 Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[a, b]$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό»

- α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α αν είναι αληθής ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής.
- β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.

ΜΟΝΑΔΕΣ (1+3)=4

A.3 Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$ του πεδίου ορισμού της;

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 21 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017
www.ereuna.com.gr

A.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** , αν η πρόταση είναι σωστή , ή **Λάθος** , αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

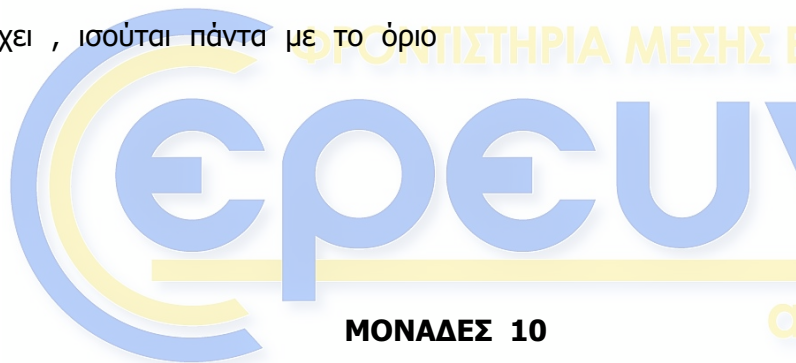
α) Αν $f(x) = x^2 + 1$ τότε $f'(x) = 2x$

β) Αν $f(x) = x^2 + 1$ τότε $f'(x) = 2x + 1$

γ) Αν μία συνάρτηση $f(x)$ είναι συνεχής σε ένα διάστημα I τότε διατηρεί πρόσημο στο I .

δ) Η τιμή της $f'(x)$ στο x_0 , όταν υπάρχει $f'(x_0)$, ισούται πάντα με το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ της $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ στο x_0 .

ε) Αν $f(x) = x^2 + 1$ τότε $f'(x) = 2x$ κοντά στο x_0

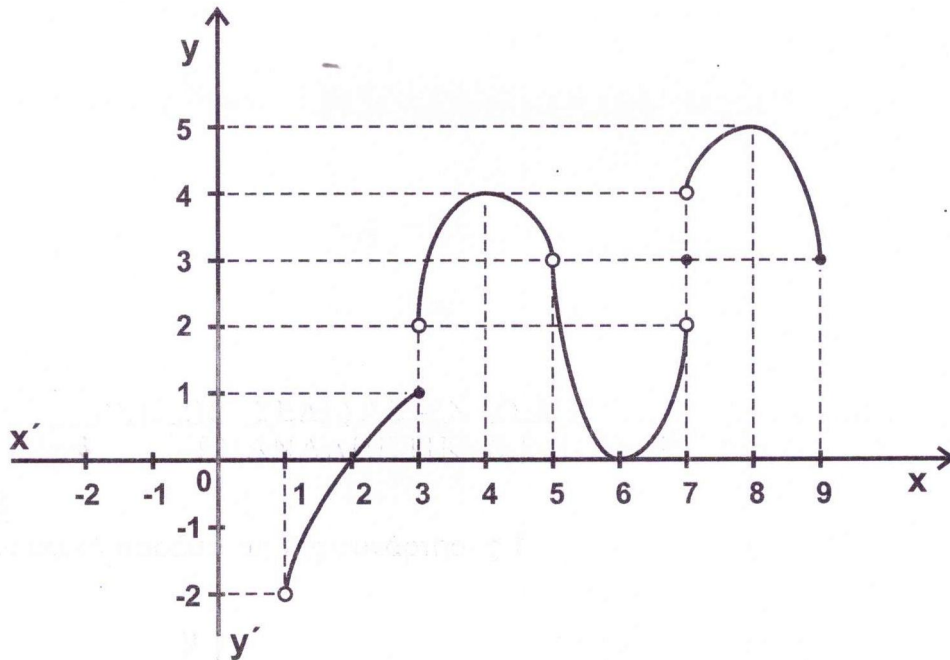


ΜΟΝΑΔΕΣ 10

www.ereuna.com.gr

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης



B.1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B.2 Να βρείτε αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια.

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B.3 Να βρείτε αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B.4 Να βρείτε τα σημεία στα οποία η δεν είναι συνεχής.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΘΕΜΑ Γ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 21 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017
www.ereuna.com.gr

Δίνεται η συνάρτηση με

Γ.1 Να δείξετε ότι η συνάρτηση αντιστρέφεται και να βρείτε το πεδίο ορισμού της .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ.2 Να δείξετε ότι η είναι γνήσια αύξουσα και ότι είναι συνεχής στο

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Γ.3 Αν επιπλέον είναι γνωστό ότι η είναι συνεχής
Να βρείτε το όριο και την τιμή

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ.4 Να δείξετε ότι η ευθεία τέμνει την σε ένα
τουλάχιστον σημείο με

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ.5 Να δείξετε ότι υπάρχει ακριβώς ένα τέτοιο ώστε
να ισχύει:

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΡΕΥΝΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 21 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017
www.ereuna.com.gr

ΘΕΜΑ Δ

Έστω μία συνεχής συνάρτηση για την οποία ισχύουν:

και

για κάθε

Δ.1 Να δείξετε ότι ,

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Δ.2 Να δείξετε ότι η συνάρτηση αντιστρέφεται και να βρείτε το πεδίο ορισμού της .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Δ.3 Να βρείτε την μικρότερη τιμή του ώστε η εξίσωση να έχει λύση στο .

Δ.4 Να λύσετε την εξίσωση



www.ereuna.com.gr