



**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- | | | | |
|---------|-------|-------|---------|
| A1. γ | A2. β | A3. γ | A4. β |
| A5. α)Σ | β)Σ | γ)Λ | δ)Λ ε)Σ |

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή επιλογή (iii)

$D = 2k$ συσσωματώματος

$$u_{\max(1)} = \omega \cdot A_1 = \omega \cdot d$$

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρηση της Ορμής για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\text{συστ.πριν}} = \vec{p}_{\text{συστ.μετά}} \Rightarrow m \cdot u_{\max_1} = 2m \cdot u_{\max_2} \Rightarrow$$

$$u_{\max_2} = \frac{u_{\max_1}}{2} \Rightarrow \omega A_2 = \frac{\omega' A_1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} A_2 = \frac{\sqrt{2k}}{2} A_1 \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

B2) Σωστή (ii)

Η συχνότητα των διακροτημάτων ισούται με

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \stackrel{f_1 > f_2}{=} \frac{1}{f_1 - f_2} \Rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Η συχνότητα των ταλαντώσεων ισούται με

$$f_{\text{TΑΛ}} = \frac{N}{T_\delta} \Rightarrow \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{200}{2} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \quad (2)$$

Συνεπώς από τις σχέσεις (1), (2) έχουμε ότι:

$$(1), (2) \Rightarrow 2f_1 = 200,5\text{Hz} \Rightarrow f_1 = 100,25\text{Hz}$$

$$\text{και } f_2 = 99,75\text{Hz}$$

B3. Σωστή (iii)

Στην κεντρική ελαστική κρούση θα ισχύει

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1(1) \quad \text{και} \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Αμέσως μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο το σώμα μάζας m_2 θα κινηθεί με ταχύτητα

$$u_2'' = -u_2' = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} u_1(2)$$

Για να παραμένει σταθερή η απόσταση των δύο σωμάτων πρέπει να ισχύει

$$u_1' = u_2'' \Rightarrow \frac{(1),(2)}{m_1 + m_2} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τη γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι:

- Το Σ βρίσκεται σε κροσσό ενίσχυσης.
- Το κύμα από την πηγή Π₂ φτάνει στο Σ τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,2$ s
- Το κύμα από την πηγή Π₁ φτάνει στο Σ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4$ s
- Ο φελλός εξαιτίας του κύματος από την πηγή Π₂ σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 1,2$ s έχει εκτελέσει 3 ταλαντώσεις. Συνεπώς $T = 0,4$ s

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Κυματικής

$$u_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = u_\delta \cdot T \Rightarrow \lambda = 2\text{m}$$

Τα κύματα διαδίδονται στο μέσο ευθύγραμμα και ομαλά. Συνεπώς

$$t_1 = \frac{r_1}{u_\delta} \Rightarrow r_1 = u_\delta t_1 \Rightarrow r_1 = 5 \cdot 1,4 = 7\text{m} \quad \text{και} \quad t_2 = \frac{r_2}{u_\delta} \Rightarrow r_2 = u_\delta t_2 \Rightarrow r_2 = 1\text{m}$$

Γ2. Η απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από τη σχέση:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0, \quad \text{για } t < t_2 \\ y = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right), \text{για } t_2 \leq t < t_1 \\ y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right), \text{για } t \geq t_1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$y = \begin{cases} 0, & \text{για } t < 0,2s \\ 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(2,5t - 0,5) \text{ (S.I.)}, & \text{για } 0,2s \leq t < 1,4s \\ -0,01\eta\mu 2\pi(2,5t - 2) \text{ (S.I.)}, & \text{για } t \geq 1,4s \end{cases}$$

Γ3. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης του φελλού ισούται με:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{2}{5}} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την ταλάντωση του φελλού

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2} D(2A)^2 = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} Dy^2 \Rightarrow m\omega^2 4A^2 = mu^2 + m\omega^2 y^2 \Rightarrow u = \omega \sqrt{4A^2 - y^2} \Rightarrow$$

$$u = 5\pi \sqrt{4 \cdot 25 \cdot 10^{-6} - 25 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \text{ m/s} \Rightarrow u = 25\pi \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Γ4. Η ταχύτητα των κυμάτων παραμένει σταθερή και επομένως

$$f' = \frac{10}{9} f \Rightarrow \frac{u_\delta}{\lambda_2} = \frac{10}{9} \cdot \frac{u_\delta}{\lambda} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{10} \lambda \quad (1)$$

Το νέο πλάτος της ταλάντωσης του φελλού θα ισούται

$$A' = 2A \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda_2} \right) = 2A \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2 \cdot \frac{9}{10} \lambda} \right) \Rightarrow$$

$$A' = 2A \left| \sin 2\pi \cdot \frac{5}{9} \left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda} \right) \right| \Rightarrow A' = 2A \left| \sin 2\pi \cdot \frac{5}{9} \cdot 3 \right| \Rightarrow$$

$$A' = 2A \left| \sin \frac{10\pi}{3} \right| \Rightarrow A' = 2A \left| \frac{1}{2} \right| = A \Rightarrow A' = A$$

Οι κινητικές ενέργειες του φελλού πριν και μετά τη μεταβολή της συχνότητας θα ισούται με:

$$K_1 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot 4A^2 = \frac{1}{2} m 4\pi^2 f^2 4A^2$$

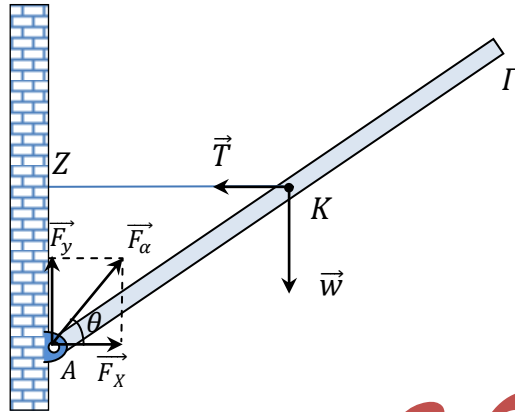
$$K_2 = \frac{1}{2} m 4\pi^2 \frac{100}{81} f^2 A^2$$

Άρα ο λόγος θα είναι ίσος με:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m 4 \pi^2 f^2 4 A^2}{\frac{1}{2} m 4 \pi^2 \frac{100}{81} f^2 A^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις:

- ⇒ Τάση νήματος \vec{T}
- ⇒ Δύναμη από την άρθρωση \vec{F}_a
- ⇒ Βάρος της ράβδου \vec{w}

Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύουν οι σχέσεις:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 & (1) \\ \Sigma F_y = 0 & (2) \\ \Sigma \tau = 0 & (3) \end{cases}$$

Από τη σχέση (1) έχουμε ότι: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - F_x = 0 \Rightarrow F_x = T$

Από τη σχέση (2) έχουμε ότι: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w - F_y = 0 \Rightarrow F_y = 56N$

Στο τρίγωνο ZKA ισχύει ότι: $\eta\mu\theta = \frac{(ZK)}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow (ZK) = \frac{\ell}{2} \eta\mu\theta \Rightarrow (ZK) = 0,6m$

$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{(AZ)}{\frac{\ell}{2}} \Leftrightarrow (AZ) = \frac{\ell}{2} \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow (AZ) = 0,8m$

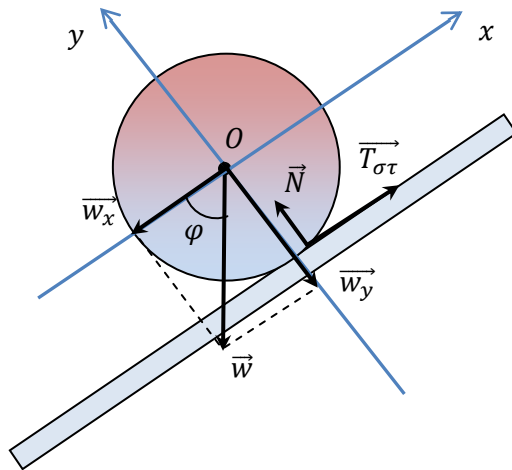
Εφαρμόζουμε τη σχέση (3) ως προς το σημείο A.

$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_w + \tau_T = 0 \Rightarrow -w(AZ) + T(ZK) = 0 \Rightarrow T = 42N$

Μέτρο: $F_a = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_a = 70N$

Διεύθυνση: $\epsilon\phi\theta = \frac{F_y}{F_x} \Rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{56}{42} \Rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{4}{3}$

Δ2.



Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Μεταφορικής (2^ο Νόμο Νεύτωνα) στον άξονα x , λαμβάνοντας ως θετική φορά, τη φορά της κίνησης της σφαίρας.

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - w_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha_{cm} \quad (4)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής ως προς τον άξονα περιστροφής O , θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά περιστροφής

$$\Sigma \tau_o = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -T_{\sigma\tau} \cdot r = \frac{2}{5}mr^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -T_{\sigma\tau} \cdot r = \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{r} \Rightarrow$$

$$-T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \quad (5)$$

Στη συνέχεια προσθέτουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (4) και (5) και έχουμε ότι:

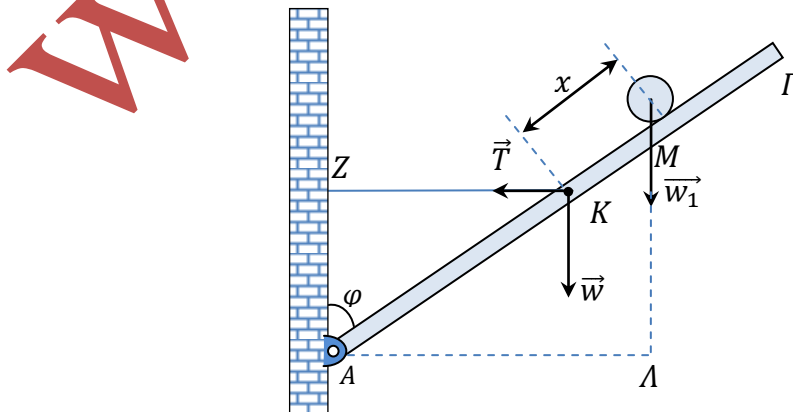
$$T_{\sigma\tau} - mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_{\sigma\tau} = m\alpha_{cm} + \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \Rightarrow \frac{7}{5}m\alpha_{cm} = -mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \alpha_{cm} = -\frac{5}{7}g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = -\frac{40}{7}m/s^2$$

Η σφαίρα ανεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει με γωνιακή επιτάχυνση

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{r} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -400 \text{ rad/s}^2$$

Δ3.



Στο τρίγωνο $ΑΛΜ$ ισχύει ότι:

$$\eta\mu\varphi = \frac{(A\Lambda)}{\frac{\ell}{2} + x} \Leftrightarrow (A\Lambda) = \left(\frac{\ell}{2} + x\right)\eta\mu\varphi \Rightarrow (A\Lambda) = 0,6 + 0,6 \cdot x \text{ (S.I)} \quad (6)$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση (3) ως προς το σημείο A.

$$\Sigma\tau_A = 0 \Rightarrow \tau_w + \tau_T + \tau_{w_1} = 0 \Rightarrow -w \cdot (AZ) + T \cdot (ZK) - w_1 \cdot (A\Lambda) = 0 \Rightarrow$$

$$T = 45 + 3 \cdot x \text{ (S.I)} \text{ για } 0 \leq x \leq 1\text{m}$$

Δ4. Εφαρμόζουμε (Θ.Μ.Κ.Ε.) από την αρχική θέση μέχρι η ράβδος να σχηματίσει γωνία φ με την κατακόρυφο

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_A \cdot \omega^2 - 0 = M \cdot g \cdot 2(AZ) \Rightarrow \omega = 2\sqrt{6}\text{rad/s}$$

Ο ρυθμος μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ισούται με:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma\tau \cdot \omega \Rightarrow \frac{dK}{dt} = w \cdot (\theta K) \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = 67,2\sqrt{6}\frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Δ5. Η ροπή αδράνειας του συστήματος αμέσως μετά την κρούση ισούται με:

$$I_{o\lambda} = I_A + I'_A \Rightarrow I_{o\lambda} = \frac{4}{3}M\ell^2$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ. Στροφορμής κατά την κρούση

$$\bar{L}_{\text{αρχ}} = \bar{L}_{\text{τελ}} \Rightarrow I_A \omega = I'_A \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{rad/s}$$

Το ποσοστό απώλειας ενέργειας κατά την κρούση

$$\Pi = \frac{|\Delta K|}{K_{\text{αρχ}}} 100\% \Rightarrow \Pi = \frac{\frac{1}{2}I_A \cdot \omega^2 - \frac{1}{2}I'_A \cdot (\omega')^2}{\frac{1}{2}I_A \cdot \omega^2} 100\% \Rightarrow \Pi = 75\%$$

