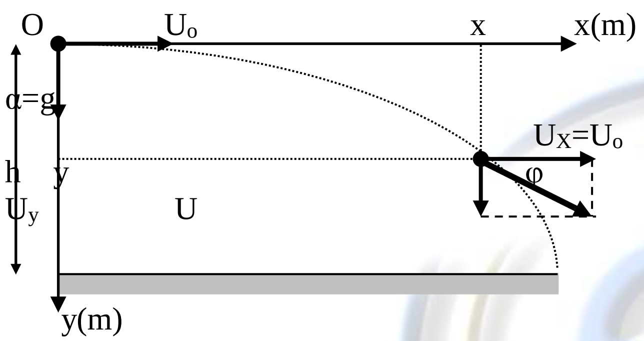
ΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ, ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

ΑΡΧΗ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ: Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα πολλές κινήσεις κάθε μία από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες.

.



ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ : Η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων βρίσκει εφαρμογή στην οριζόντια βολή. Έστω ότι έχουμε ένα σώμα το οποίο εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα U_o.

Για την μελέτη της κίνησης κατασκευάζουμε σύστημα ορθογωνίων αξόνων όπως στο σχήμα. Η κίνηση του σώματος είναι συνδυασμός δύο επιμέρους κινήσεων.

α)Μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης κατά τον άξονα x με σταθερή ταχύτητα U_o και

β)μιας ελεύθερης πτώσης κατά τον άξονα y.

Οι εξισώσεις της κίνησης του σώματος για κάθε άξονα ξεχωριστά είναι :

- Στον άξονα x: $U_X=U_o=$σταθερή και $x=U_o\cdot t$
- Στον άξονα y. $U_y=g\cdot t$ και $y=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$

Χρήσιμες Σχέσεις:

α)Εξίσωση τροχιάς: $x=U_o\cdot t\Leftrightarrow t=\frac{x}{U_o}$ (1)

$$y=\frac{1}{2}gt^2\overset{(1)}{\Leftrightarrow} y=\frac{1}{2}g\cdot\left(\frac{x}{U_o}\right)^2\Leftrightarrow \underline{y=\frac{g}{U_o^2}\cdot x^2}$$

β)Χρόνος πτώσης:

$$y=\frac{1}{2}gt^2\overset{(y=h)}{\Leftrightarrow} h=\frac{1}{2}gt^2\Leftrightarrow 2h=gt^2\Leftrightarrow t^2=\frac{2h}{g}\Leftrightarrow \underline{t=\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

γ)Οριζόντια μετατόπιση:

$$x = U_o \cdot t \Leftrightarrow x = U_o \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

δ)Ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος:

Για τον άξονα τον χ έχουμε $U_X = U_o$

ενώ για τον άξονα των y έχουμε: $U_y = gt = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow U_y = \sqrt{2gh}$

Άρα το μέτρο της ταχύτητα είναι:

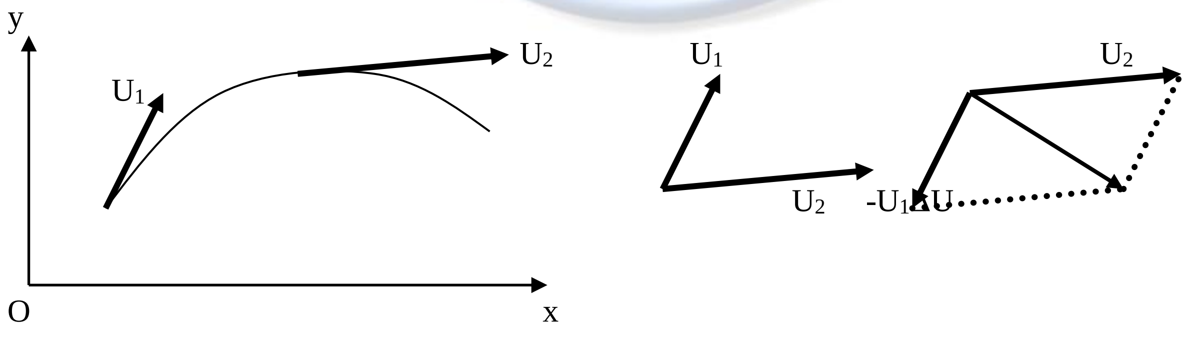
$$\vec{U} = \vec{U}_X + \vec{U}_y \Leftrightarrow U = \sqrt{U_X^2 + U_y^2} \Leftrightarrow U = \sqrt{U_o^2 + 2gh}$$

και η διεύθυνσή της: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{U_y}{U_x} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\sqrt{2gh}}{U_o}$

Καμπυλόγραμμη κίνηση ονομάζεται η κίνηση που η τροχιά του κινητού είναι καμπύλη γραμμή.
Η μέση ταχύτητα στην καμπυλόγραμμη κίνηση ορίζεται όπως και στις ευθύγραμμες κινήσεις.
Μέση ταχύτητα ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που έχει την ίδια διεύθυνση και φορά με την μετατόπιση $\Delta\vec{r}$ και ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ που έγινε σε χρόνο Δt, δια το χρόνο αυτό. Δηλαδή: $\vec{U}_\mu = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Στιγμιαία ταχύτητα στην καμπυλόγραμμη κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει: α)σημείο εφαρμογής το κινητό, β)τη διεύθυνση της εφαπτομένης της καμπύλης τροχιάς στη θέση που αναφερόμαστε, γ)τη φορά της κίνησης και δ)μέτρο το όριο του κλάσματος $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ όταν το Δt τείνει στο μηδέν.

$$\vec{U} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$



ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Στις καμπυλόγραμμες κινήσεις το διάνυσμα της ταχύτητας του κινητού αλλάζει τουλάχιστον διεύθυνση και φορά, άρα μεταβάλλεται.

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ο τρόπος που βρίσκουμε το διάνυσμα της μεταβολής της ταχύτητας ΔU.

1^o βήμα: Σχεδιάζουμε τα αρχικά διανύσματα U_1 και U_2 των ταχυτήτων

2^o βήμα: Σχεδιάζουμε το διάνυσμα $-U_1$ (αντίθετο του U_1)

3ᵒ βήμα: Προσθέτουμε τα διανύσματα U_2 και $-U_1$ και βρίσκουμε το ΔU

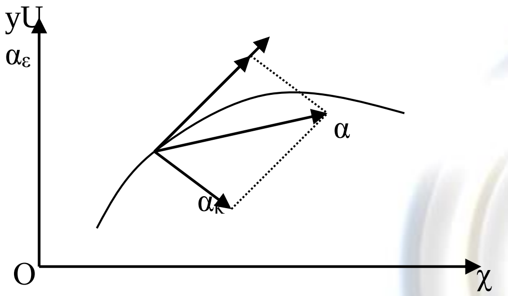
Εφόσον το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται υπάρχει επιτάχυνση, η οποία ορίζεται όπως και στις ευθύγραμμες κινήσεις : $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{U}}{\Delta t}$

Σε μια καμπυλόγραμμη κίνηση η επιτάχυνση α που έχει πάντοτε φορά προς τα κοίλα της τροχιάς μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες :

- Μιας κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης της τροχιάς που ονομάζεται επιτρόχια επιτάχυνση α_ε και
- μιας άλλης σε διεύθυνση κάθετη στην εφαπτομένη, που δίνει την κεντρομόλο επιτάχυνση α_κ.

Το μέτρο της επιτάχυνσης συνδέεται με τις δύο συνιστώσες με τη σχέση:

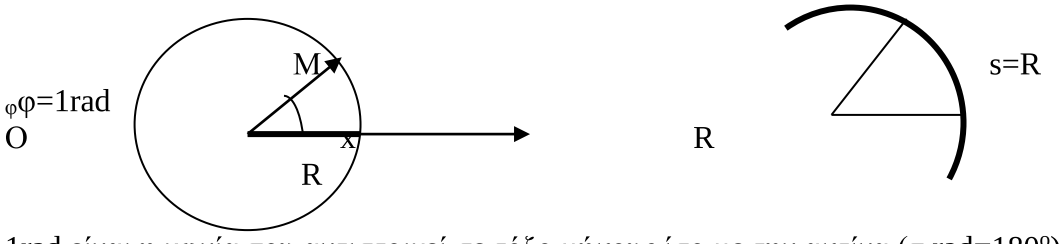
$\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_E + \vec{\alpha}_K \Rightarrow \alpha = \sqrt{\alpha_E^2 + \alpha_K^2}$



- Η επιτρόχια επιτάχυνση μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, ενώ η κεντρομόλος επιτάχυνση μεταβάλλει την κατεύθυνση της ταχύτητας του κινητού.

ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Κυκλική κίνηση ονομάζεται η κίνηση όπου η τροχιά του κινητού είναι περιφέρεια κύκλου.



1rad είναι η γωνία που αντιστοιχεί σε τόξο μήκους ίσο με την ακτίνα (π rad=180^o)

Για την περιγραφή της κίνησης χρησιμοποιούμε τις (πολικές) συντεταγμένες R και φ.

Γωνιακή θέση φ ονομάζεται η γωνία που έχει το διάνυσμα ΟΜ, (εδώ θα λέγεται επιβατική ακτίνα) με την διεύθυνση Οχ.

Γωνιακή μετατόπιση Δφ ονομάζεται η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα ΟΜ σε ορισμένο χρόνο Δt.

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_o$$

όπου φ η τελική γωνιακή θέση και φ_o η αρχική γωνιακή θέση.

ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗονομάζεται η κίνηση που κάνει ένα κινητό πάνω σε κυκλική τροχιά και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα (ή έχει ίσες γωνιακές μετατοπίσεις).

Χαρακτηριστικά μεγέθη της ομαλής κυκλικής κίνησης

1)ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ $\vec{\omega}$ στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει:

α)σημείο εφαρμογής το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

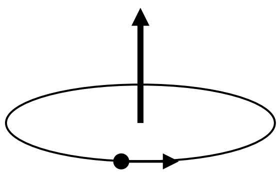
β)διεύθυνση την ευθεία που είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και περνάει από το κέντρο της.

γ)φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα μ' αυτόν τοποθετούμε τα δάκτυλα του δεξιού μας χεριού προς τη φορά περιστροφής του κινητού και τότε ο αντίχειρας δείχνει της φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας.

δ)Μέτρο που ισούται με το πηλίκο της γωνιακής μετατόπισης Δφ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρόνο Δt προς τον χρόνο αυτό. Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Ως μονάδα μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας χρησιμοποιούμε το 1rad/s.Η γωνιακή ταχύτητα εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της γωνιακής μετατόπισης.



Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας

Εξίσωση κίνησης για τη γωνιακή θέση στην ομαλή κυκλική κίνηση

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Leftrightarrow \omega = \frac{\phi - \phi_o}{t - t_o} \Leftrightarrow \phi - \phi_o = \omega \cdot (t - t_o) \Leftrightarrow \phi = \phi_o + \omega \cdot (t - t_o)$$

- Αν φ_o=0 η προηγούμενη σχέση γράφεται: $\phi = \omega \cdot (t - t_o)$
- Αν φ_o=0 και t_o=0 τότε έχουμε : φ=ωt.

2)**ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ** $\vec{U}$ στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει:

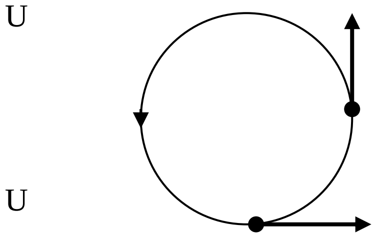
α)Σημείο εφαρμογής το κινητό.

β)Διεύθυνση τη διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς στη θέση που βρίσκεται το κινητό.

γ)Φορά τη φορά διαγραφής της κυκλικής τροχιάς από το κινητό.

δ)Μέτρο που ισούται με το πηλίκο του μήκους του τόξου Δs που διέγραψε το κινητό σε χρόνο Δt προς τον χρόνο αυτό.

$$U = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Το διάστημα που διανύει το κινητό σε χρόνο t είναι:

$$U=\frac{\Delta s}{\Delta t}\Leftrightarrow U=\frac{s-s_o}{t-t_o}\Leftrightarrow s-s_o=U\cdot(t-t_o)\Leftrightarrow s=s_o+U\cdot(t-t_o)$$

- Αν $s_o=0$ τότε $s=U\cdot(t-t_o)$
- Αν $s_o=0$ και $t_o=0$ έχουμε $s=Ut$

<u>3) Περίοδος (Τ)</u> στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται ο χρόνος που απαιτείται για να εκτελέσει το κινητό μια πλήρη περιστροφή.
<u>4) Συχνότητα (f)</u> στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το πηλίκο του αριθμού των περιστροφών (Ν) που διαγράφει το κινητό σε χρόνο t προς το χρόνο αυτό.

$$f=\frac{N}{t}\text{ με μονάδα μέτρησης το 1 Hz}=\frac{1c}{1s}=1s^{-1}$$

Χρήσιμες σχέσεις

- **Σχέση συχνότητας - περιόδου.** $\left.\begin{array}{r} f=\dfrac{N}{t} \\ N=1, t=T \end{array}\right\}\Rightarrow f=\dfrac{1}{T}$

- Σχέσεις γραμμικής ταχύτητας με περίοδο και συχνότητα

$$\left.\begin{array}{r} U=\dfrac{\Delta s}{\Delta t} \\ \Delta t=T, \Delta s=2\pi R \end{array}\right\}\Rightarrow U=\frac{2\pi R}{T}\overset{\left(\frac{1}{T}=f\right)}{\Rightarrow} U=2\pi\cdot R\cdot f$$

- Σχέσεις γωνιακής ταχύτητας με περίοδο και συχνότητα

$$\left.\begin{array}{r} \omega=\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ \Delta t=T, \Delta\phi=2\pi \end{array}\right\}\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}\overset{\left(\frac{1}{T}=f\right)}{\Rightarrow} \omega=2\pi\cdot f$$

- Σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας

$$\left.\begin{array}{r} U=\dfrac{2\pi R}{T} \\ \omega=\dfrac{2\pi}{T} \end{array}\right\}\Rightarrow U=\omega\cdot R$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι κίνηση επιταχυνόμενη. Αυτό οφείλεται στο ότι το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται. Επειδή όμως το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό (σε ίσους χρόνους διανύονται ίσα τόξα) δεν υπάρχει επιτρόχιος επιτάχυνση, αλλά μόνο κεντρομόλος. Η κεντρομόλος επιτάχυνση αλλάζει την κατεύθυνση της ταχύτητας και ορίζεται ως εξής:

Κεντρομόλος επιτάχυνση α_{κ} στην κυκλική κίνηση ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος που έχει:

α)σημείο εφαρμογής το κινητό,

β)Διεύθυνση την διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας του κινητού σε κάθε χρονική στιγμή,

γ)φορά από το κινητό προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και

δ)μέτρο που δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha_K = \frac{U^2}{R}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Κατά τη μελέτη της ομαλής κυκλικής κίνησης βρήκαμε ότι το κινητό έχει κεντρομόλο επιτάχυνση, μέτρου:

$$\alpha_k = \frac{U^2}{R}$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό, μεταβάλλεται όμως η διεύθυνση και η φορά της με αποτέλεσμα να υπάρχει μεταβολή της ταχύτητας, άρα επιτάχυνση, που ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση α_{κ}.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση που οφείλεται στην μεταβολή της διεύθυνσης της ταχύτητας, έχει τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας του κύκλου και φορά προς το κέντρο του και είναι συνεχώς κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας το οποίο είναι εφαπτόμενο στον κύκλο.

Κεντρομόλος δύναμη

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε ότι για να υπάρχει επιτάχυνση πρέπει να υπάρχει δύναμη που να την προκαλεί. Η δύναμη αυτή έχει την ίδια κατεύθυνση με την επιτάχυνση, γι’ αυτό ονομάζεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο :

$$F_k = m \cdot \alpha_k \Rightarrow F_k = m \cdot \frac{U^2}{R}$$

Η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα που κάνει ομαλή κυκλική κίνηση και ως διανυσματικό μέγεθος έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α) Σημείο εφαρμογής: Το κινούμενο υλικό σημείο

β) Διεύθυνση: τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας

γ) Φορά: προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς

δ) Μέτρο: που δίνεται από τη σχέση $\Sigma F = \frac{m \cdot U^2}{R}$

Άλλοι τύποι της κεντρομόλου δύναμης

Στο κεφάλαιο της κυκλικής δείξαμε ότι στην ομαλή κυκλική κίνηση ισχύουν οι σχέσεις : U=ωR, ω=2πν, ω=2π/T. Οπότε για την κεντρομόλο έχουμε:

$$F_k = m\cdot\frac{U^2}{R} \Rightarrow F_k = m\cdot\frac{\omega^2 R^2}{R} \Rightarrow \underline{F_k = m\cdot\omega^2\cdot R}$$

$$F_k = m\cdot(2\pi v)^2\cdot R \Rightarrow \underline{F_k = m\cdot 4\cdot\pi^2\cdot v^2\cdot R}$$

$$F_k = m\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cdot R \Rightarrow \underline{F_k = m\cdot\frac{4\cdot\pi^2}{T^2}\cdot R}$$

Οι παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιούνται στη λύση διαφόρων προβλημάτων ανάλογα με τα στοιχεία που δίνονται κάθε φορά.

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Η κεντρομόλος δύναμη **δεν** είναι μια καινούργια δύναμη που ασκείται σε σώμα που εκτελεί κυκλική κίνηση, αλλά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, στην κατεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς.

Επιτρόχια επιτάχυνση ή επιβράδυνση α_ε.

Σε μια κυκλική κίνηση υλικού σημείου (ή γενικά σε μια καμπυλόγραμμη κίνηση) είναι δυνατό το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας να μεταβάλλεται, ή να αυξάνεται, ή να ελαττώνεται. Αφού παρατηρείται μεταβολή του μέτρου της στιγμιαίας ταχύτητας, πρέπει να υπάρχει και το αντίστοιχο αίτιο, δηλαδή δύναμη κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης, άρα και επιτάχυνση ή επιβράδυνση. Η επιτάχυνση ή επιβράδυνση αυτή ονομάζεται επιτρόχιος επιτάχυνση.

Η επιτρόχιος επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α) Σημείο εφαρμογής: Το κινούμενο υλικό σημείο

β) Διεύθυνση: Την εφαπτομένη της τροχιάς στο σημείο που βρίσκεται το κινητό κατά την κίνησή του.

γ) Φορά: Τη φορά της ΔU

δ) Μέτρο: Που δίνεται από τη σχέση $\Sigma F_\varepsilon = m\alpha_\varepsilon$.

Σύμφωνα όμως με τη θεμελιώδη εξίσωση της δυναμικής η επιτρόχια επιτάχυνση προκαλείται από τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο κινούμενο υλικό σημείο κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας δηλαδή κατά την εφαπτομένη της τροχιάς και ονομάζεται επιτρόχια δύναμη ΣFε.

Παρατήρηση:

α) Στην ομαλή κυκλική κίνηση έχουμε $\alpha_\varepsilon=0$ και Fε=0, οπότε έχουμε μόνο α_κ και Fκ, άρα η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κινητό δίνουν την κεντρομόλο δύναμη Fκ.

β) Στην ευθύγραμμη κίνηση έχουμε $\alpha_\kappa=0$ ή Fκ=0, οπότε έχουμε μόνο α_ε και Fε (η α_ε και Fε συμπίπτουν με την επιτάχυνση α και τη δύναμη F στην ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση).

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

1. 1 . Από το παράθυρο ενός αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα αφήνεται ελεύθερο ένα αντικείμενο. Να περιγράψετε την κίνησή του ως προς ένα παρατηρητή που βρίσκεται ακίνητος στο πεζοδρόμιο.

1. 2 . α)Ποια είναι τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των σύνθετων κινήσεων.

β)Διατυπώστε την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων και εξειδικεύστε το νόημα της αρχής αυτής στον προσδιορισμό της θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της σύνθετης κίνησης;

1. 3 . Θεωρούμε ένα μικρό σώμα που εκτοξεύεται οριζόντια από την άκρη ενός τραπεζιού ύψους h με αρχική ταχύτητα U_o.

α) Περιγράψτε τα είδη των κινήσεων που κάνει το κινητό και σχεδιάστε σε κατάλληλους άξονες χΟψ τη μορφή της τροχιάς της σύνθετης κίνησης. β) Βρείτε τις εξισώσεις κίνησης και την εξίσωση της τροχιάς του σώματος.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

1. 4 . Έστω ένα κινητό που κινείται πάνω σε καμπύλη τροχιά. Αν η μετατόπισή του είναι Δr σε χρόνο Δt, τότε να ορίσετε: α)τη μέση ταχύτητα του κινητού και β)τη στιγμιαία ταχύτητά του. Να γίνει κατάλληλο σχήμα και να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διανύσματα.

1. 5 . Σε μια καμπυλόγραμμη κίνηση η ταχύτητα μεταβάλλεται τουλάχιστον κατά διεύθυνση από στιγμή σε στιγμή; Έτσι κατά την κίνηση ενός υλικού σημείου Α ανάμεσα σε δύο θέσεις που ανήκουν σ’ ένα καμπύλο τμήμα οι αντίστοιχες ταχύτητες είναι U_1 και U_2.

α) Πώς παριστάνεται η μεταβολή της ταχύτητας, πως την σχεδιάζουμε και τι κατεύθυνση έχει;
β)Ποια η μέση επιτάχυνση του κινητού;
γ)Ποια είναι η στιγμιαία επιτάχυνση του κινητού;
δ)Σε τι διαφέρει η στιγμιαία επιτάχυνση στην καμπυλόγραμμη κίνηση από την στιγμιαία επιτάχυνση της ευθύγραμμης κίνησης;

1. 6 . α)Ποιες είναι οι δύο ενδιαφέρουσες συνιστώσες της επιτάχυνσης στην καμπυλόγραμμη κίνηση; β)Σχεδιάστε την επιτάχυνση και την επιτρόχια και κεντρομόλο συνιστώσα της σε ένα σχήμα και γράψτε τις σχέσεις που τις συνδέουν αφού περιγράψετε τα χαρακτηριστικά των συνιστωσών αυτών; γ)Εξηγείστε τον ρόλο που έχει κάθε μια από τις δύο συνιστώσες της επιτάχυνσης. δ)Τι τιμή έχει η κεντρομόλος επιτάχυνση στην ευθύγραμμη κίνηση; ε)Είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί καμπυλόγραμμη κίνηση χωρίς κεντρομόλο επιτάχυνση;

1. 7 . Περιγράψτε την κυκλική κίνηση;
α)Ποιο το κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων.
β)Προσανατολίστε την περιφέρεια εξηγώντας πως γίνεται η επιλογή της θετικής φοράς; γ)Ποια μορφή έχει η εξίσωση κίνησης μετά από την εκλογή των συντεταγμένων.
δ)Τι λέγεται γωνιακή θέση και τι γωνιακή μετατόπιση;

1. 8 . Πώς ορίζεται το μέτρο μιας επίπεδης γωνίας φ και ποια είναι η μονάδα μέτρησής της;

1. 9 . Ποια κυκλική κίνηση λέγεται ομαλή και πώς θα μπορούσαμε να διαπιστώσουμε μια τέτοια κίνηση;

1. 10 . Τι ονομάζεται γωνιακή ταχύτητα, ποια μονάδα μέτρησης έχει αυτή, ποιο είναι το σύμβολό της και από ποια σχέση ορίζεται; Δείξτε με ένα σχήμα το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας.

1. 11 . α)Ποια είναι η εξίσωση κίνησης για τη γωνιακή θέση στην ομαλή κυκλική κίνηση και πώς προκύπτει αυτή; β)Σε ποια περίπτωση η φ παριστάνει τη γωνιακή θέση και τη γωνιακή μετατόπιση;

1. 12 . α)Τι ονομάζεται γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση; Σχεδιάστε το διάνυσμά της για δύο διαφορετικές θέσεις του κινητού. β)Ποια εξίσωση δίνει το μήκος ενός διαγραφόμενου τόξου σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα κινητό που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου U; Πώς προκύπτει η εξίσωση αυτή;

1. 13 . α)Ποια σχέση συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα ενός κινητού; β)Πώς προκύπτει αυτή η σχέση; γ)Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο για την ομαλή κυκλική κίνηση;

1. 14 . α)Γιατί η ομαλή κυκλική κίνηση είναι επιταχυνόμενη κίνηση; β)Υπάρχει επιτρόχια επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση; γ)Αποδείξτε τη σχέση που συνδέει την κεντρομόλο επιτάχυνση με την γραμμική ταχύτητα και την ακτίνα στην ομαλή κυκλική κίνηση; δ)Πώς προκύπτει η σχέση που συνδέει την κεντρομόλο επιτάχυνση με την γωνιακή ταχύτητα και την ακτίνα;

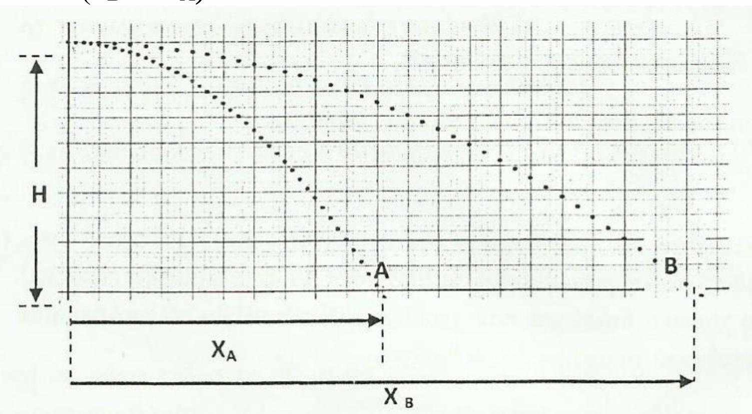
1. 15 . α)Γιατί η ομαλή κυκλική κίνηση είναι περιοδική κίνηση; β) Πώς ορίζεται η περίοδος και η συχνότητα στην ομαλή κυκλική κίνηση; Τι μονάδες έχουν; γ)Ποιες είναι οι σχέσεις που συνδέουν τα παρακάτω μεγέθη: συχνότητα - περίοδο, γραμμική ταχύτητα – περίοδο, γραμμική ταχύτητα - συχνότητα, γωνιακή ταχύτητα - περίοδο και γωνιακή ταχύτητα -συχνότητα; Αποδείξτε τις σχέσεις αυτές.

1. 16 . Ποια είναι η επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση; Ποιο το μέτρο και ποια η κατεύθυνσή της; Ποια μορφή παίρνει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής στην περίπτωση της κυκλικής κίνησης;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. 17 . Ο Πέτρος συνοδηγός ενός ελικοπτέρου, που πετάει σε ύψος h, αφήνει ελεύθερο ένα δέμα. Ο χρόνος πτώσης που χρειάζεται το δέμα για να φτάσει στο έδαφος εξαρτάται:
α. μόνο από την ταχύτητα του ελικοπτέρου
β. μόνο από το ύψος στο οποίο πετάει το ελικόπτερο
γ. από την ταχύτητα του ελικοπτέρου και το ύψος στο οποίο πετάει
δ. από το ύψος στο οποίο πετάει το ελικόπτερο και από το βάρος του δέματος

1. 18 . Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι τροχιές δύο σωμάτων Α και Β, τα οποία βάλλονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος Η πάνω από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα u_{oA} και u_{oB} αντίστοιχα. Η οριζόντια μετατόπιση του Β είναι διπλάσια της οριζόντιας μετατόπισης του Α. (x_B=2 x_A)



α. Να συγκρίνετε το χρόνο κίνησης των σωμάτων Α και Β, αιτιολογώντας την απάντηση σας.
β. Να συγκρίνετε τα μέτρα των αρχικών ταχυτήτων u_{oA} και u_{oB} των δύο σωμάτων, αιτιολογώντας την απάντηση σας.

1. 19 . Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος h=320m από το έδαφος με ταχύτητα u=60m/s. Να βρείτε για το σώμα:
α. τον ολικό χρόνο κίνησης του
β. το βεληνεκές του
γ. την ταχύτητα με την οποία χτυπά στο έδαφος

1. 20 . Η Αγγελική πετάει οριζόντια ένα σώμα από ύψος h=20m πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα u_o=10m/s. Να βρεθούν:
α. ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος
β. η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος
γ. η εξίσωση τροχιάς του σώματος
δ. η οριζόντια μετατόπιση του σώματος όταν θα έχει διανύσει τη μισή κατακόρυφη απόσταση.

1. 21 . Αεροπλάνο των ιατρών χωρίς σύνορα κινείται οριζόντια σε σταθερό ύψος H=320m από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα u_o=10m/s. Από το αεροπλάνο αφήνεται ένα δέμα με ανθρωπιστική βοήθεια. Να βρείτε:
α. τη θέση του αεροπλάνου όταν το δέμα φθάνει στο έδαφος
β. τον χρόνο που κάνει το δέμα να φτάσει στο έδαφος
γ. την οριζόντια μετατόπιση του δέματος από το σημείο που αφέθηκε

1. 22 . Ένας αστροναύτης, προκειμένου να προσδιορίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη στον οποίο προσεδαφίστηκε, ρίχνει οριζόντια από ύψος 12m μια μικρή πέτρα. Με ένα χρονόμετρο μετρά τον χρόνο που χρειάζεται η πέτρα για να φτάσει στο έδαφος. Αν το διάστημα αυτό ισούται με Δt=2s, να βρείτε:
α. την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη αυτόν
β. την αρχική ταχύτητα της πέτρας αν η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση είναι s=30m.
γ. το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η πέτρα χτυπά στο έδαφος του πλανήτη.

1. 23 . Ο Παναγιώτης πετά οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα u_o=10m/s από ύψος h=1,8m. Σε ποιο σημείο θα χτυπήσει η μπάλα στον απέναντι τοίχο, αν η απόσταση του παιδιού από τον τοίχο ισούται με d=4m;

1. 24 . Κινητό κινείται σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας R=2m με σταθερή γωνιακή ταχύτητας ω=3,14rad/sec. Να υπολογιστούν: α)Η περίοδος και η συχνότητα του κινητού. β)το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας. γ)Ο αριθμός των στροφών του κινητού σε χρόνο t=20sec.

1. 25 . Κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με U=12m/s. Αν το κινητό διαγράφει τόξο φ=π/3rad που έχει μήκος s=2m, να υπολογιστεί η συχνότητα περιστροφής του;

1. 26 . Η σελήνη περιστρέφεται γύρω από το κέντρο της γης με περίοδο T=27μέρες. Η μέση ακτίνα της τροχιάς της σελήνης είναι $R=4\cdot10^{15}$Km. Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα U της σελήνης.

1. 27 . Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα U=72Km/h. Αν οι τροχοί του αυτοκινήτου έχουν διάμετρο 80cm, να βρείτε τη συχνότητα περιστροφής τους και τη γωνιακή τους ταχύτητα.

1. 28 . Η γωνία μεταξύ δύο ακτινών ενός κύκλου είναι 60^{o}. α)Πόσο είναι το μήκος του αντίστοιχου τόξου της γωνίας, αν η ακτίνα του κύκλου είναι 100m; β)Με πόση γωνιακή ταχύτητα πρέπει να κινείται ένα κινητό για να διανύσει το πιο πάνω τόξο σε χρόνο 1/500sec. γ)Ποια είναι η συχνότητα και η περίοδος του κινητού.

1. 29 . Δύο υλικά σημεία, κινούνται στην ίδια περιφέρεια κέντρου Κ με αντίθετη φορά. Σε κάποια χρονική στιγμή βρίσκονται στο ίδιο σημείο Α της περιφέρειας και οι γωνιακές τους ταχύτητες είναι 15rad/sec. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν τα κινητά για δεύτερη φορά. Αν Β είναι το σημείο της πρώτης συνάντησης να βρείτε τη γωνία ΑΚΒ.

1. 30 . Στις 12 η ώρα ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού συμπίπτουν απόλυτα. Πότε θα ξανασυμβεί αυτό για 1η και πότε για 8η φορά;

1. 31 . Δύο κινητά Α και Β κινούνται ομαλά πάνω σε περιφέρεια κέντρου Κ με αντίθετη φορά. Σε κάποια χρονική στιγμή βρίσκονται σε δύο αντιδιαμετρικά σημεία Α και Β της περιφέρειας και οι γωνιακές τους ταχύτητες είναι 15rad/sec. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν τα κινητά για τρίτη φορά. Αν Γ είναι το σημείο της πρώτης συνάντησης να βρείτε τη γωνία ΑΚΓ.

1. 32 . Από το σημείο Α ενός κύκλου ξεκινούν ταυτόχρονα δύο κινητά. Το ένα κινείται πάνω στον κύκλο με συχνότητα f=5Hz και το άλλο πάνω στην διάμετρο ΑΒ=8m με κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κινούμενου στη διάμετρο για να συναντηθούν τα δύο κινητά στο Β.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{ο}
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Σύστημα δύο ή περισσότερων σωμάτων ονομάζεται ένα σύνολο σωμάτων που τα θεωρούμε νοητά απομονωμένα από τα υπόλοιπα σώματα του περιβάλλοντος και μελετάμε ταυτόχρονα την συμπεριφορά τους.
Οποιοδήποτε άλλο σώμα έξω από το σύστημα ονομάζεται περιβάλλον του συστήματος.

Περιβάλλον ενός συστήματος ονομάζεται οποιοδήποτε σώμα βρίσκεται εκτός

Τα σώματα ενός συστήματος αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ασκώντας δυνάμεις που ονομάζονται εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος. Επομένως:

Εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος ονομάζονται οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος.

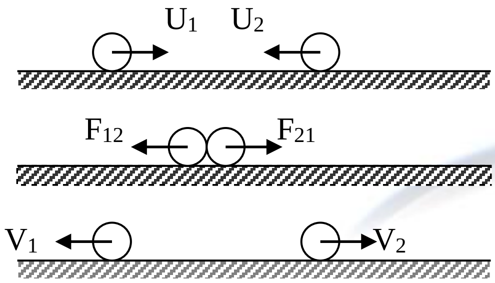
Τα σώματα ενός συστήματος δέχονται αλληλοεπιδράσεις από σώματα του περιβάλλοντος έτσι οι δυνάμεις που δέχονται τα σώματα ενός συστήματος από το περιβάλλον τους ονομάζονται εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος.

Εξωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος σωμάτων ονομάζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος από τα σώματα του περιβάλλοντος.

Παρατηρούμε ότι η εισαγωγή του συστήματος των σωμάτων χωρίζει τις δυνάμεις σε εσωτερικές και εξωτερικές. Είναι προφανές, λόγω της Αρχής δράσης - αντίδρασης, ότι οι εσωτερικές δυνάμεις για το σύστημα, δεν επηρεάζουν την κίνησή του, αφού εμφανίζονται ανά ζεύγη και έχουν συνισταμένη μηδέν.
Μένουν λοιπόν μόνο οι εξωτερικές δυνάμεις. Αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν τότε το σύστημα ονομάζεται μονωμένο. Άρα οι εξωτερικές δυνάμεις καθορίζουν την κίνηση ενός συστήματος σωμάτων.

Αρχή διατήρησης της ορμής συστήματος

Το αξίωμα δράση - αντίδραση υποστηρίζει ότι τα σώματα αλληλεπιδρούν ανά δύο με αντίθετες δυνάμεις. Με αφετηρία τη διαπίστωση αυτή και το Δεύτερο Νόμο της κίνησης οδηγούμεθα στη διατύπωση μιας Γενικής Αρχής στη Φυσική που ισχύει ακόμα και σε φαινόμενα της σύγχρονης φυσικής εκεί που οι Νόμοι του Νεύτωνα δεν ισχύουν.
Έστω ότι έχουμε δύο σφαίρες με μάζες m_1 και m_2, κινούνται αντίθετα με αντίστοιχες ταχύτητες U_1 και U_2 σε λείο και οριζόντιο δάπεδο. Οι σφαίρες κάποια χρονική στιγμή συγκρούονται και στη συνέχεια αποχωρίζονται χωρίς καμιά παραμόρφωση των σφαιρών (κρούση ελαστική). Μετά τη σύγκρουση κινούνται με αντίστοιχες ταχύτητες V_1 και V_2, όπως στο σχήμα.



Κατά την κρούση των δύο σφαιρών η δύναμη που ασκεί η μία στην άλλη είναι αντίθετες (Αρχή δράσης - αντίδρασης) οπότε έχουμε:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Αν Δt είναι ο χρόνος επαφής των σφαιρών τότε σύμφωνα με το Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$m_1 \cdot \vec{\alpha}_{12} = -m_2 \cdot \vec{\alpha}_{21} \Rightarrow m_1 \cdot \frac{\vec{V}_1 - \vec{U}_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\vec{V}_2 - \vec{U}_2}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \vec{V}_1 - m_1 \cdot \vec{U}_1 = -m_2 \cdot \vec{V}_2 + m_2 \cdot \vec{U}_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 = m_1 \cdot \vec{U}_1 + m_2 \cdot \vec{U}_2$$

Η σχέση αυτή λεει καθαρά ότι υπάρχει μια διανυσματική ποσότητα που κατά την διάρκεια της αλληλεπίδρασης των σωμάτων διατηρείται αναλλοίωτη. Η ποσότητα αυτή που εκφράζεται από το γινόμενο μάζας επί ταχύτητα ($m\vec{U}$) και αφορά το σύστημα των σωμάτων, ονομάζεται ορμή P ($\vec{P} = m\vec{U}$).
Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η ορμή του συστήματος των σφαιρών πριν την κρούση διατηρήθηκε και μετά την κρούση. Πράγματι:

$$\vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} + \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi}$$

Η διατύπωση αυτή εκφράζει έναν από τους βασικούς Νόμους της Φυσικής ο οποίος αναφέρεται σαν «Αρχή Διατήρησης της Ορμής>,.

Ορμή υλικού σημείου

Ορμή ($\vec{P}$) υλικού σημείου μάζας m και ταχύτητας $\vec{U}$ ορίζουμε ένα διανυσματικό φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με το γινόμενο της μάζας m επί την ταχύτητα $\vec{U}$, δηλαδή: $\vec{P}=m\cdot\vec{U}$ και έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α) Σημείο εφαρμογής: Το υλικό σημείο.

β) Διεύθυνση: Τη διεύθυνση της ταχύτητας στο σημείο της τροχιάς που βρίσκεται το υλικό σημείο.

γ) Φορά: Τη φορά της ταχύτητας.

δ) Μέτρο: που ισούται με το γινόμενο της μάζας επί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, δηλαδή : p=mU

Μονάδα μέτρησης της ορμής:
Στο σύστημα S.I είναι το 1Kg m/sec

Αν αντί για υλικό σημείο έχουμε ένα σώμα με διαστάσεις τότε η ορμή ισούται πάλι με το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητά του και έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο βάρους του σώματος και κατεύθυνση ίδια με της ταχύτητας.
Η ορμή είναι από τα σημαντικότερα μεγέθη στη Φυσική, ιδιαίτερα όταν μελετάμε δύο ή περισσότερα σώματα που αποτελούν ένα σύστημα σωμάτων.

Σχέση δύναμης και μεταβολής ορμής

Αν λοιπόν σ' ένα σώμα σταθερής μάζας m που βρίσκεται σε λείο και οριζόντιο έδαφος εφαρμοστούν δυνάμεις με συνισταμένη ΣF έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=m\cdot\vec{\alpha}\Rightarrow\Sigma\vec{F}=m\cdot\frac{\Delta\vec{U}}{\Delta t}\Rightarrow\Sigma\vec{F}=m\cdot\frac{\vec{U}_2-\vec{U}_1}{\Delta t}\Rightarrow\Sigma\vec{F}=\frac{m\vec{U}_2-m\vec{U}_1}{\Delta t}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Sigma\vec{F}=\frac{\vec{p}_2-\vec{p}_1}{\Delta t}\Rightarrow\Sigma\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Η σχέση αυτή αποτελεί την αρχική διατύπωση του δεύτερου νόμου όπως τον είχε εκφράσει ο Νεύτωνας και διατυπώνεται ως εξής:

- ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται πάνω στο σώμα και έχει τη κατεύθυνση της δύναμης αυτής.

Με τη χρήση του όρου της εξωτερικής δύναμης σ' ένα σύστημα η αρχή διατήρησης της ορμής διατυπώνεται ως εξής:

- Η ολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις παραμένει σταθερή (κατά διεύθυνση, φορά και μέτρο)

Εφαρμογές της Αρχής διατήρησης της Ορμής

1) Ανάκρουση όπλου

Όπλο μάζας Μ έχει βλήμα μάζας m και το κρατάμε έτσι ώστε να είναι οριζόντιο. Κατά την εκπυρσοκρότηση το βλήμα εξέρχεται με ταχύτητα U_B, ενώ το όπλο κινείται αντίθετα, με ταχύτητα Uo.
Κατά τη στιγμή της εκπυρσοκρότησης τα αέρια του βλήματος ασκούν σ' αυτό δύναμη, αλλά κατά την αρχή δράσης - αντίδρασης και το βλήμα ασκεί στο όπλο δύναμη αντίθετη της πρώτης. Οι δυνάμεις αυτές για το σύστημα όπλο - βλήμα είναι εσωτερικές, επομένως το σύστημα είναι μονωμένο, άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όπλο - βλήμα έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{p}_{o\pi\lambda o\upsilon} + \vec{p}_{\beta\lambda} \Rightarrow 0 = M\vec{U}_o + m\vec{U}_\beta \Rightarrow \vec{U}_o = -\frac{m}{M}\cdot\vec{U}_\beta$$

Παρατηρούμε ότι το όπλο κινείται αντίθετα από το βλήμα ώστε η ορμή του όπλου να είναι αντίθετη της ορμής του βλήματος.

2) Κρούση

Σώμα μάζας Μ βρίσκεται σε οριζόντιο και λείο δάπεδο και ισορροπεί. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα Uο και σφηνώνεται στον σώμα. Το σύστημα σώμα - βλήμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα V μετά την κρούση.

Στο σύστημα σώμα - βλήμα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, άρα το σύστημα είναι μονωμένο και επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Κατά την είσοδο του βλήματος στον σώμα ασκεί σε αυτόν δύναμη F αλλά κατά την αρχή δράσης - αντίδρασης το βλήμα δέχεται από τον κύβο μια αντίθετη δύναμη F’. Οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές άρα δεν μεταβάλλουν την ορμή του συστήματος. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα βλήμα - σώμα έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\vec{U}_o + 0 = (m+M)\vec{V} \Rightarrow V = \frac{m\cdot U_o}{m+M}$$

Ο τελευταίος τύπος δίνει την ταχύτητα του συσσωματώματος.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.1. Τι είναι σύστημα σωμάτων; Ποιες δυνάμεις λέγονται εξωτερικές και ποιες εσωτερικές σε ένα σύστημα σωμάτων;

2.2. Τι ονομάζουμε ορμή ενός υλικού σημείου, ποια η σχέση ορισμού της και ποια η μονάδα της στο διεθνές σύστημα; Πώς βρίσκεται η ορμή ενός συστήματος σωμάτων;

2.3. Θεωρείστε δύο μονωμένα σωματίδια με ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία που αρχίζουν να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Πριν την αλληλεπίδραση και αμέσως μετά τα σωματίδια κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Να εφαρμόσετε τον δεύτερο και τον τρίτο νόμο της κίνησης και να αποδείξετε την αρχή διατήρησης της ορμής. Επίσης να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της ορμής;

2.4. Να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ορμής στην περίπτωση της ανάκρουσης του όπλου; Από τι εξαρτάται η ταχύτητα ανάκρουσης του όπλου;

2.5. Έστω ότι έχουμε δύο σώματα που το ένα έχει μάζα διπλάσια του άλλου; Τα δύο σώματα βρίσκονται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια και ανάμεσά τους βρίσκεται ένα συσπειρωμένο ελατήριο που συγκρατείται με νήμα. Αν κάποια στιγμή κοπεί το νήμα να βρείτε, με βάση την αρχή διατήρησης τη ορμής, ποιο σώμα θα αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα;

2.6. Σε ποιο φαινόμενο στηρίζεται η προώθηση των πυραύλων και πώς επιτυγχάνεται αυτή;

2. 7 . Καρότσι μάζας m κινείται ευθύγραμμα σε λείο και οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα U_o. Από ορισμένο ύψος πέφτει μέσα στο καρότσι σώμα μάζας m_1=m/5. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

α)$5U_o/6$ β)U_o γ)$3U_o/5$ δ) Τίποτα από αυτά

2. 8 . Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα Uo και στη συνέχεια εισχωρεί σε κομμάτι ξύλου μάζας 3m που βρίσκεται σε ηρεμία σε λείο και οριζόντιο δάπεδο. Η ταχύτητα που κινείται το σύστημα μετά την κρούση είναι:

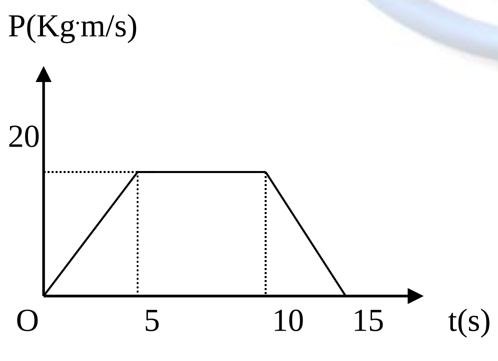
α)$U_o/4$ β)$3U_o/4$ γ)Uo/2 δ)Τίποτα από αυτά

2. 9 . Μικρή μπάλα μάζας m_1= 0,05Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα U_1= 20m/sec. Κάποια στιγμή χτυπιέται με ρακέτα και παίρνει ταχύτητα U_2=12m/sec, αντίρροπη της προηγούμενης. Αν ο χρόνος που επιδρά η δύναμη είναι $\Delta t=10^{-2}$sec, η μέση δύναμη F που άσκησε η ρακέτα στο σώμα, είναι:

α)160N β)40N γ)85N δ) Τίποτα από αυτά

2. 10 . Πυροβόλο έχει μάζα M=100Kg και βρίσκεται σε οριζόντιο και λείο δάπεδο και ηρεμεί. Το πυροβόλο εκτοξεύει βλήμα μάζας m=1Kg με ταχύτητα Uo=300m/s. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του πυροβόλου, αν η κάνη του α)είναι οριζόντια β)σχηματίζει γωνία $\varphi=60^0$ με το οριζόντιο επίπεδο.

2. 11 . Σε μια πίστα πάγου δύο χορευτές που έχουν μάζες m_1=60Kg και m_2=70Kg κρατιούνται μεταξύ τους. Κάποια στιγμή ο ένας σπρώχνει τον άλλον και αποχωρίζονται. Αν ο πρώτος τη στιγμή εκείνη είχε ταχύτητα U_1=7m/s, να βρείτε την ταχύτητα του δεύτερου;



2. 12 . Στο παραπάνω σχήμα δίνεται η μεταβολή του μέτρου της ορμής ενός σώματος μάζας 2Kg σε συνάρτηση με το χρόνο. Το σώμα κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις α)Της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, β)της επιτάχυνσης και της δύναμης που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο. γ)της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο.

2. 13 . Άνθρωπος μάζας m_1=50Kg βρίσκεται πάνω στην άκρη μιας βάρκας με μάζα m_2=150Kg. Αν το μήκος της βάρκας είναι 4m και ο άνθρωπος τη διανύει με σταθερή ταχύτητα και σε χρόνο 20sec, να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί η βάρκα σε σχέση με την αρχική της θέση;

2. 14 . Δύο σώματα με μάζες m_1=1Kg και m_2=2kg κινούνται με ταχύτητες U_1=3m/s και U_2=2m/s αντίστοιχα. Να βρείτε την ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων στις εξής περιπτώσεις: α)αν κινούνται στην ίδια κατεύθυνση, β)αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, γ)αν κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις και δ)αν οι κατευθύνσεις κίνησής τους σχηματίζουν γωνία 120^o.

3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Παρατηρήσεις:

α.Μονάδα πίεσης στο S.I. είναι το: *$1N/m^2$ = 1Pa,* όπου: 1Atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ N/m^2 = 76cmHg = 760mm Hg = 760 torr.

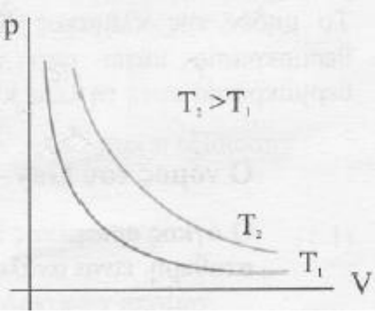
β. Μονάδα όγκου στο S.I. είναι το *$1m^3$*, όπου: 1 m^3 = 10^3 l και 1l = 10^3ml = 10^3 cm.

γ. Μονάδα θερμοκρασίας στο S.I. είναι ο βαθμός *Kelvin.*Πρέπει να τονίσουμε ότι σαν μεταβολές οι βαθμοί Κελσίου και Kelvin είναι ίδιοι δηλαδή: *ΔT = Δθ (π.χ.: 1K = 1°C).* Η θερμοκρασία σε K (T) και η θερμοκρασία σε °C (θ) συνδέονται με τη γνωστή σχέση: ***T = 273 + θ***.

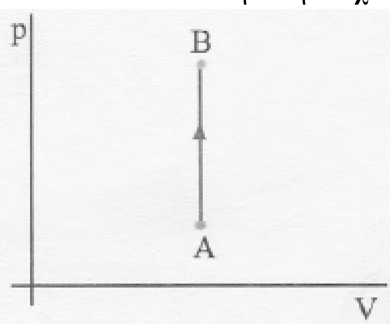
δ. Οι μονάδες της παγκόσμιας σταθεράς των ιδανικών αερίων είναι στο S.I.: *R = 8,314 J/ mol·K* ενώ υπάρχει και η τιμή: *R = 0,082 L· atm / mol·K.*

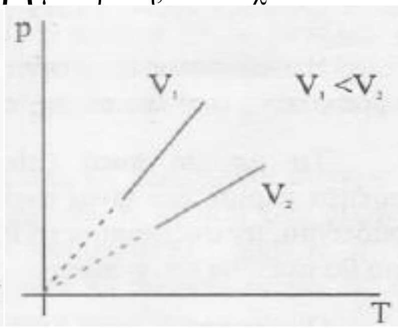
ε. Η εξίσωση: $P_1 \cdot V_1 / T_1 = P_2 \cdot V_2 / T_2$ισχύει για κάθε μεταβολή ιδανικού αερίου, αρκεί να είναι σταθερή η μάζα. Αν ένα από τα μεγέθη P, V ή T είναι σταθερό τότε η εξίσωση αυτή παίρνει απλούστερη μορφή. Έτσι:

- Αν **T = σταθ**. δηλαδή **ισόθερμη** μεταβολή, τότε ισχύει ο ***N.Boyle:*** $\boldsymbol{P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2}$,

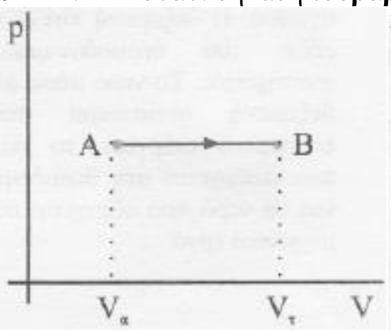


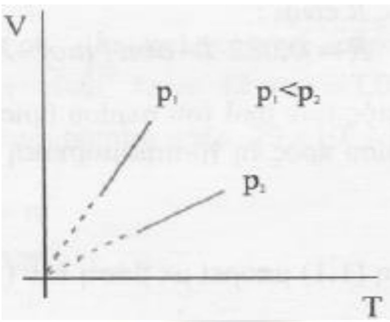
- Αν **V = σταθ.** δηλαδή **ισόχωρη** μεταβολή, τότε ισχύει ο ***N.Charles:*** $\boldsymbol{P_1/T_1 = P_2/T_2}$,





- Αν **P = σταθ.** δηλαδή **ισοβαρής** μεταβολή, τότε ισχύει ο ***N.Gay-Lussac:*** $\boldsymbol{V_1/T_1 = V_2/T_2}$.





στ. Η **καταστατική εξίσωση:** $\boldsymbol{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}$ ισχύει για κάθε κατάσταση ισορροπίας ιδανικού αερίου. Στα πραγματικά αέρια ισχύει με προσέγγιση και όσο μικρότερη είναι η πίεση και μεγαλύτερη η θερμοκρασία τόσο καλύτερη είναι η προσέγγιση. Η πυκνότητα d ενός αερίου μπορεί να εμφανιστεί στην καταστατική εξίσωση ως εξής: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P \cdot V = m/M \cdot R \cdot T \Rightarrow$

$P = m/V \cdot R \cdot T/M \Rightarrow \boldsymbol{P = d \cdot R \cdot T/ M}$, όπου M η γραμμομοριακή μάζα του αερίου. (Προσοχή στην τιμή του μοριακού βάρους όταν δουλεύουμε στο S.I.)

ζ. Σε μίγμα ιδανικών αερίων ισχύει: $\boldsymbol{P \cdot V = n_{ολ} \cdot R \cdot T}$(όπου: $n_{ολ} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$)

η. Σε έμβολο που ισορροπεί ισχύει: $ΣF = 0$ όπου: $P_{αερ} = F_{αερ}/S$

θ. Όταν δύο δοχεία με ιδανικά αέρια ενωθούν με σωλήνα αμελητέου όγκου και ποσότητα αερίου πηγαίνει από το ένα δοχείο στο άλλο, τότε αυτά αποκτούν κοινή πίεση. Μπορούμε επίσης να εφαρμόσουμε καταστατική εξίσωση για τις ποσότητες των δοχείων πριν και μετά έχοντας υπ' όψην ότι: $n_1 + n_2 = n_1' + n_2'$.

ι. Οι ακόλουθες εκφράσεις σημαίνουν ότι:

- Ανένδοτα τοιχώματα → V = σταθ.
- Έμβολο κινείται χωρίς τριβή → P = σταθ.
- Αγώγιμα τοιχώματα σε επαφή με δεξαμενή σταθερής θερμοκρασίας→ T = σταθ.
- Αδιαβατικά τοιχώματα ή θερμικά μονωμένα → Q = σταθ.

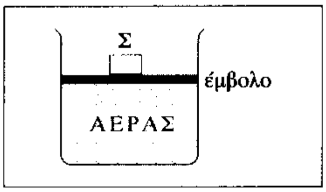
κ. Η ενεργός ταχύτητα $U_{εν} = \sqrt{\overline{U^2}}$ είναι ανάλογη της √T. Μάλιστα ισχύει: $\upsilon_{εν} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$ η οποία με την βοήθεια των σχέσεων: K= R/ N_A και $N_A \cdot m = M$ καταλήγει στην: $\upsilon_{εν} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$

λ. Η $\bar{U}^2 \neq \overline{U^2}$. Συγκεκριμένα: $\bar{U}^2 = \left\{ \dfrac{U_1 + U_2 + ... + U_N}{N} \right\}^2$ και $\overline{U^2} = \dfrac{U_1^2 + U_2^2 + ... + U_N^2}{N}$.

<u>1η Κατηγορία Ασκήσεων: ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ</u>

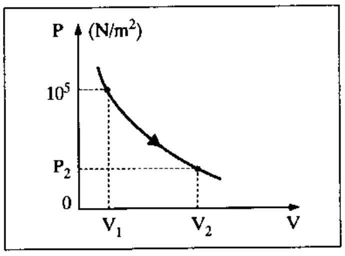
<u>Α. ΝΟΜΟΣ BOYLE</u>

3. 1 . Στο διπλανό σχήμα το σώμα Σ έχει βάρος Β = 200 Ν. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_o = 10^5$ N/m² και το εμβαδόν του εμβόλου 20 cm². Αν το έμβολο είναι αβαρές, ποια είναι η πίεση του αέρα που περιέχει;



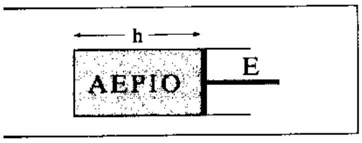
[Απ.: $P = 2 \cdot 10^5$ N/m²]

3. 2 . Αέριο βρίσκεται σε δοχείο που φέρει έμβολο εμβαδού 100 cm^2. Το έμβολο ισορροπεί σε απόσταση h = 1 m από τον πυθμένα του δοχείου. Τραβάμε το έμβολο διατηρώντας τη θερμοκρασία του αερίου σταθερή, έτσι ώστε ο όγκος του αερίου από V_1 να γίνει V_2. Παρατηρώντας και το διάγραμμα που φαίνεται στην εικόνα να βρείτε τους όγκους V_1 και V_2. (Δίνεται ότι P_2=P_1/2)



[Απ.: V_1 = 10 L, V_2 = 20 L]

3. 3 . Το έμβολο Ε που κλείνει το δοχείο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα έχει εμβαδόν Α και ισορροπεί έτσι ώστε να είναι h = 0,8 m. Η πίεση που ασκεί τότε το αέριο είναι p_1 = 5 ·10^5 N/m^2.

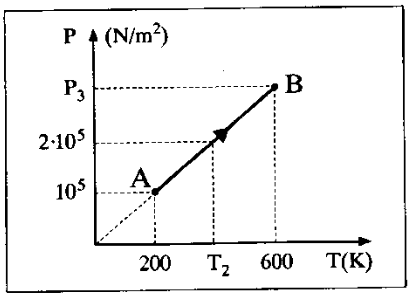


Τραβάμε το έμβολο προς τα δεξιά, έτσι ώστε να μετατοπιστεί κατά χ = 20 cm. Αν η θερμοκρασία είναι σταθερή, ποια θα είναι η νέα πίεση του αερίου;

[Απ.: P_2 = 4 · 10^5 N/m^2]

<u>Β. ΝΟΜΟΣ CHARLES</u>

3. 4 . Σε κλειστό δοχείο όγκου V = 10 L βρίσκεται αέριο σε κατάσταση Α. Θερμαίνουμε το αέριο, οπότε αυτό φτάνει σε κατάσταση Β. Αν η πίεση του αερίου μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία όπως φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος.



Να βρείτε:

α) Την τιμή της θερμοκρασίας T_2.

β) Την τιμή της πίεσης P_3.

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της μεταβολής ΑΒ σε άξονες P–V και σε άξονες V–T.

[Απ.: α) T_2 = 400 K, β) P_3 = 3·10^5 N/m^2]

3. 5 . Αέριο βρίσκεται σε κατάσταση Α και έχει πίεση $P_1 = 10^5$ N/m^2, όγκο $V_1 = 20$ L και θερμοκρασία $T_1 = 300$ K. Θερμαίνουμε το αέριο διατηρώντας τον όγκο του σταθερό μέχρι που η θερμοκρασία του να διπλασιαστεί, οπότε αυτό φτάνει σε κατάσταση Β. Στη συνέχεια διατηρούμε τη θερμοκρασία του αερίου σταθερή και μεταβάλλουμε τον όγκο του αερίου έτσι ώστε αυτό να φτάσει σε κατάσταση Γ στην οποία να έχει πίεση ίση με την αρχική.

α) Να χαρακτηρίσετε τις μεταβολές ΑΒ και ΒΓ του αερίου.

β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μεταβολών σε άξονες P-V και P-T.

γ) Να βρείτε την πίεση, τον όγκο και τη θερμοκρασία του αερίου στις καταστάσεις Β και Γ .

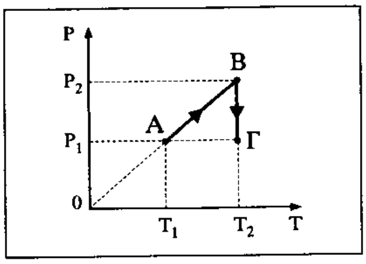
[Απ.:α) ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση, ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση, γ) $P_2 = 2 \cdot 10^5$ N/m^2, $V_2 = 20$ L, $T_2 = 600$ K, $P_3 = 10^5$ N/m^2, $V_3 = 40$ L, $T_3 = 600$ K]

3. 6 . Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε κατάσταση Α στην οποία έχει πίεση P_1, θερμοκρασία $T_1 = 300$ K και όγκο $V_1 = 10$ L. Υποβάλλουμε το αέριο στις μεταβολές ΑΒ και ΒΓ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Βρέθηκε ότι στην κατάσταση Β η πίεση του αερίου είναι $P_2 = 8 \cdot 10^5$ N/m^2 και η θερμοκρασία του αυξημένη κατά 900 K.

α) Να χαρακτηρίσετε τις μεταβολές ΑΒ και ΒΓ.

β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μεταβολών σε άξονες P-V και V-T.

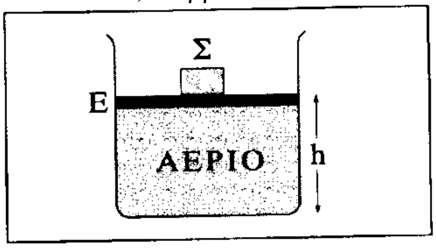
γ) Να βρείτε την αρχική πίεση και τον τελικό όγκο του αερίου.



[Απ.: α) Ισόχωρη θέρμανση, ισόθερμη εκτόνωση, γ) $P_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m^2, $V_3 = 40$ L]

Γ. ΝΟΜΟΣ GAY – LUSSAC

3. 7 . Το έμβολο που κλείνει το δοχείο του διπλανού σχήματος έχει διατομή $S = 100\ cm^2$ και το σώμα Σ έχει βάρος 1.000 N. Το έμβολο ισορροπεί έτσι ώστε να απέχει από τον πυθμένα του δοχείου $h = 0,3$ m. Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_o = 10^5\ N/m^2$, να βρείτε:



α) Την πίεση του αερίου και τον όγκο του αερίου.

β) Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε η θερμοκρασία του από $\theta_1 = 27$ °C να γίνει $\theta_2 = 127$ °C. Κατά πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο;

[Απ.: α) $P = 2 \cdot 10^5\ N/m^2$, $V = 3$ L, β) $\chi = 0,1$ m]

3. 8 . Ένα αέριο βρίσκεται σε κατάσταση Α και έχει πίεση $P_1 = 6 \cdot 10^5\ N/m^2$, όγκο $V_1 = 20$ L και θερμοκρασία $T_1 = 300$ K. Το αέριο θερμαίνεται ισοβαρώς μέχρι ο όγκος του να τριπλασιαστεί, οπότε μεταβαίνει σε κατάσταση Β. Στη συνέχεια ψύχεται ισόχωρα μέχρι να επανέλθει στην αρχική του θερμοκρασία.

α) Να γίνουν οι μεταβολές σε άξονες P-V, V-T, P-T.

β) Να βρεθούν οι τιμές της πίεσης, του όγκου και της θερμοκρασίας στην κατάσταση Β και στην κατάσταση Γ .

[Απ.: β) $P_2 = 6 \cdot 10^5\ N/m^2$, $V_2 = 60$ L, $T_2 = 900$ K, $P_3 = 2 \cdot 10^5\ N/m^2$, $V_3 = 60$ L, $T_3 = 300$ K]

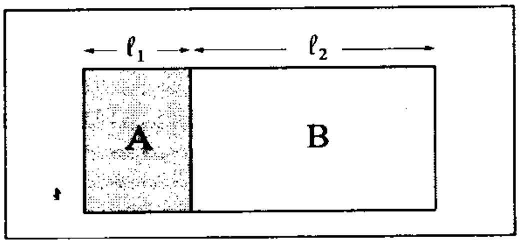
[Απ.: β) $V_1 = 15$ L, $P_2 = 10^5\ N/m^2$, $T_3 = 100$ K]

2η Κατηγορία Ασκήσεων: ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

3. 9 . Σε δοχείο σταθερού όγκου υπάρχει αέριο θερμοκρασίας $\theta_1 = 27$ °C. Αφαιρούμε από το δοχείο το 1/4 της ποσότητας του αερίου και ξανακλείνουμε το δοχείο. Στη συνέχεια θερμαίνουμε το αέριο μέχρις ότου η πίεσή του να τριπλασιαστεί. Να βρείτε τη νέα θερμοκρασία του αερίου.

[Απ.: 927 °C]

3. 10 . Το δοχείο που φαίνεται στο σχήμα χωρίζεται σε δύο μέρη με λεπτό διάφραγμα έτσι ώστε να είναι $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{3}$ το ένα μέρος υπάρχει αέριο Α και στο άλλο αέριο Β. Τα συνολικά moles των αερίων είναι n = 4 moles.



Αν το διάφραγμα ισορροπεί στην παραπάνω θέση και τα αέρια θεωρηθούν ιδανικά, να βρείτε τα moles του κάθε αερίου. Η θερμοκρασία είναι ίδια και στα δύο μέρη του δοχείου.

[Απ.: n_1 = 1 mole, n_2 = 3 moles]

<u>3η Κατηγορία Ασκήσεων: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ – ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ</u>

3. 11 . 20 μόρια ενός ιδανικού αερίου έχουν ταχύτητες:
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 8, 9, σε m/s. Να βρείτε:

α) Τη μέση ταχύτητα των μορίων.

β) Τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων και την ενεργό τιμή των ταχυτήτων.

[Απ.: α) $\overline{U}$ = 4,35 m/s, β) $\overline{U^2}$ = 25,05 m^2/s^2, $U_{εν} \approx 5$ m/s]

3. 12 . Η ενεργός ταχύτητα των ατόμων ενός μονοατομικού αερίου είναι $U_{εν}$ = 500 m/s, σε θερμοκρασία T = 500 K και πίεση $P = 2 \cdot 10^5$ N/m^2. Να βρείτε την πυκνότητα d του αερίου.

[Απ.: d = 2,4 kg/m^3]

3. 13 . Η ενεργός ταχύτητα των ατόμων ενός μονοατομικού αερίου είναι $U_{εν}$ = 400 m/s, σε θερμοκρασία T_1= 300 K. Να βρείτε την ενεργό ταχύτητα των ατόμων του αερίου σε θερμοκρασία T_2 = 1.200 K.

[Απ.: $U_{εν}$ = 800 m/s]

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Α. ΝΟΜΟΣ BOYLE

3. 14 . Η πίεση είναι μέγεθος:

α) Διανυσματικό.

β) Μονόμετρο.

γ) Άλλοτε μονόμετρο και άλλοτε διανυσματικό.

δ) Είναι το ίδιο με τη δύναμη.

3. 15 . Πραγματοποιούμε το πείραμα του Boyle σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και T_2, με $T_1 < T_2$. Για την ίδια τιμή του όγκου:

α) Η πίεση είναι μεγαλύτερη όταν η θερμοκρασία είναι T_1.

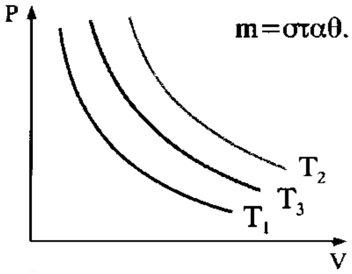
β) Η πίεση είναι μικρότερη όταν η θερμοκρασία είναι T_2.

γ) Η πίεση είναι μικρότερη όταν η θερμοκρασία είναι T_1.

δ) Η πίεση είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

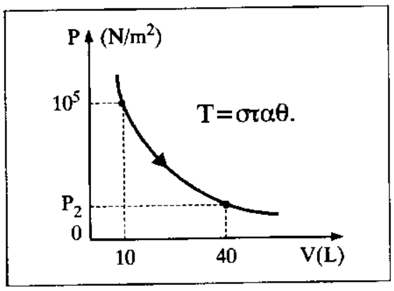
3. 16 . Στο διπλανό διάγραμμα είναι:



α) $T_1 > T_3 > T_2$. β) $T_1 < T_3 < T_2$. γ) $T_1 > T_3 = T_2$. δ) $T_1 = T_2 < T_3$.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

3. 17 . Στο διπλανό διάγραμμα η πίεση P_2 είναι:



α) $\frac{1}{2}\cdot 10^5 \, N/m^2$ β) $\frac{1}{4}\cdot 10^5 \, N/m^2$ γ) $0{,}2\cdot 10^5 \, N/m^2$ δ) Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

<u>Β. ΝΟΜΟΣ CHARLES</u>

3. 18 . Ο νόμος του Charles δίνει τη σχέση:

α) Πίεσης - όγκου όταν η θερμοκρασία είναι σταθερή.

β) Πίεσης - θερμοκρασίας όταν ο όγκος είναι σταθερός.

γ) Όγκου - θερμοκρασίας όταν η πίεση είναι σταθερή.

δ) Τίποτα από τα παραπάνω. Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

3. 19 . Σε κλειστό δοχείο βρίσκεται αέριο σε θερμοκρασία $\theta_1 = 30\ °C$. Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε η θερμοκρασία του να γίνει $\theta_2 = 60\ °C$. Τότε:

α) Η πίεση του αερίου θα μείνει ίδια.

β) Η πίεση του αερίου θα διπλασιαστεί.

γ) Η πίεση του αερίου θα αυξηθεί.

δ)Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε τι θα συμβεί με την πίεση. Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

3. 20 . Σε κλειστό δοχείο βρίσκεται αέριο σε θερμοκρασία $\theta_1 = 127\ °C$. Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε η θερμοκρασία του να γίνει $T_2 = 1.200\ K$. Τότε:

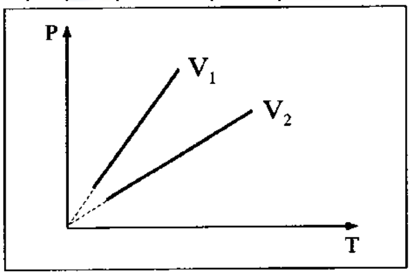
α) Η πίεση του αερίου θα μείνει η ίδια.

β) Η πίεση του αερίου θα μειωθεί.

γ) Η πίεση του αερίου θα υποτριπλασιαστεί.

δ)Η πίεση του αερίου θα τριπλασιαστεί. Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

3. 21 . Στο διπλανό διάγραμμα για ορισμένη ποσότητα αερίου είναι:



α) $V_1 > V_2$. β) $V_1 = V_2$. γ) $V_1 < V_2$.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

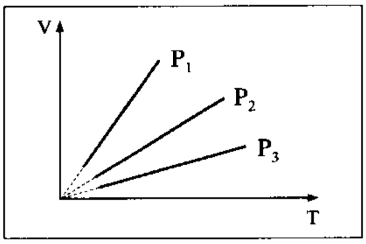
3. 22 . Αυξάνουμε τη θερμοκρασία ενός αερίου από $T_1 = 400\ K$ σε $T_2 = 600\ K$ διατηρώντας τον όγκο του σταθερό. Η πίεση του αερίου θα αυξηθεί κατά:

α) 25% β) 100% γ) 200% δ) 50%

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

<u>Γ. ΝΟΜΟΣ Gay – Lussac</u>

3. 23 . Στο διπλανό διάγραμμα είναι:



α) $P_1 > P_2 > P_3$. β) $P_1 = P_2 = P_3$. γ) $P_1 < P_2 < P_3$. δ) $P_1 < P_3 < P_2$.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

3. 24 . Για μια ορισμένη ποσότητα αερίου η σχέση που συνδέει τον όγκο με τη θερμοκρασία, αν η πίεση είναι σταθερή, είναι:

α) $V \cdot T$ = σταθ. β) $\frac{V}{T}$ = σταθ. γ) $V - T$ = σταθ. δ) $V = \frac{\text{σταθ}}{T}$

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

3. 25 . Ο όγκος ενός αερίου είναι 10 L σε θερμοκρασία 20 °C. Σε θερμοκρασία 40 °C ο όγκος του αερίου, αν η πίεση είναι σταθερή, θα είναι:

α) 10L β) 20L γ) Μεγαλύτερος από 10L δ) Μικρότερος από 10L

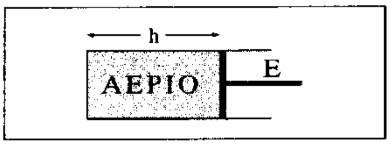
Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

3. 26 . Ο όγκος ενός αερίου είναι V σε θερμοκρασία 300 K. Σε θερμοκρασία 600 K, αν η πίεση παραμένει σταθερή, θα είναι:

α) V β) 2V γ) V/2 δ) Μικρότερος από 2V και μεγαλύτερος από V

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

3. 27 . Το αέριο που φαίνεται στο δοχείο του διπλανού σχήματος έχει θερμοκρασία θ_1 = 77 °C και το έμβολο Ε ισορροπεί.



Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία του αερίου κατά 150 °C, το έμβολο θα μετατοπιστεί κατά:

α) h β) h/3 γ) h/7 δ) 3h/7

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4^o ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Παρατηρήσεις:

α. Ο **πρώτος θερμοδυναμικός νόμος** ισχύει για οποιαδήποτε μεταβολή, αντιστρεπτή ή όχι. Έχει τη μορφή: $\boldsymbol{Q = \Delta U + W}$ όπου τα Q, ΔU και W είναι αλγεβρικά. Το Q εκφράζει την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος λόγω διαφοράς θερμοκρασίας, ενώ το Wεκφράζει την ανταλλαγή ενέργειας λόγω κάποιων δυνάμεων. Τα Q και W εξαρτώνται από το είδος της μεταβολής, ενώ η ΔU εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση (ανεξάρτητη της διαδρομής). Για τα πρόσημα των μεγεθών ισχύουν:

1) $\boldsymbol{Q > 0}$ όταν μεταφέρεται θερμότητα από το περιβάλλον στο σύστημα.

$\boldsymbol{Q < 0}$ όταν μεταφέρεται θερμότητα από το σύστημα στο περιβάλλον.

2) $\boldsymbol{W > 0}$ στην εκτόνωση (αύξηση όγκου).

$\boldsymbol{W < 0}$ στην συμπίεση (μείωση όγκου).

3) $\boldsymbol{\Delta U > 0}$ αν αυξάνεται η θερμοκρασία.

$\boldsymbol{\Delta U < 0}$ αν ελαττώνεται η θερμοκρασία.

β. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από την γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα P-V.

γ. Όταν μια κυκλική μεταβολή έχει φορά διαγραφής όπως οι δείκτες του ρολογιού τότε W> 0, ενώ αν έχει αντίθετη φορά τότε W< 0.

δ. Για να υπολογίσουμε το ΔU χρησιμοποιούμε πάντα τη γενική σχέση: $\boldsymbol{\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T}$.

ε. Οι τύποι των μεγεθών Q, ΔU και W, καθώς και οι νόμοι των μεταβολών φαίνονται στο παρακάτω πίνακα:

	Q	**W**	**ΔU**	**Νόμος μεταβολής**
Ισόθερμη	$Q = W$	$W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln V_{τελ}/V_{αρχ}$	$\Delta U = 0$	$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$
Ισόχωρη	$Q = \Delta U$	$W = 0$	$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$	$P_1/T_1 = P_2/T_2$
Ισοβαρής	$Q = n \cdot C_p \cdot \Delta T$.	$W = P \cdot \Delta V$	$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$	$V_1/T_1 = V_2/T_2$
Αδιαβατική	$Q = 0$	$W = \dfrac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1-\gamma}$	$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$	$P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$ $T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$ $T_1^{\gamma} \cdot P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} \cdot P_2^{1-\gamma}$
Κυκλική	$Q = \Sigma \Delta Q = W_{ολ}$	$W_{ολ} = \Sigma W$	$\Delta U = 0$	

στ. Οι **γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες** C_P και C_V συνδέονται με τις σχέσεις: $\boldsymbol{C_P/C_V = \gamma > 1}$ και $\boldsymbol{C_P - C_V = R}$. Η τελευταία σχέση δείχνει ότι η C_P είναι μεγαλύτερη από τη C_V κατά την ποσότητα R.

ζ. Ο **συντελεστής απόδοσης** οποιασδήποτε θερμικής μηχανής είναι ίσος με το πηλίκο του ωφέλιμου έργου προς το προσφερόμενο στο αέριο ποσό θερμότητας: $\boldsymbol{e = W/Q_h}$. Στην κυκλική μεταβολή το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά, δηλαδή: $\mathbf{W = Q_h - |Q_c|}$, οπότε τότε η απόδοση μιας θερμικής μηχανής θα έχει τη μορφή:

$\boldsymbol{e = 1 - |Q_c| / Q_h}$. Τέλος στη μηχανή Carnot ο συντελεστής απόδοσης είναι: $\boldsymbol{e_{carnot} = 1 - T_c/T_h}$.

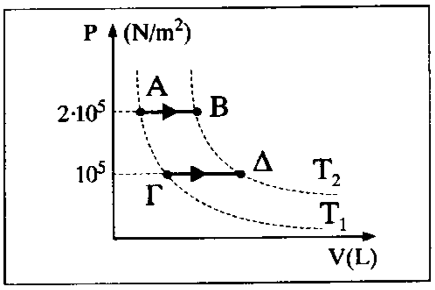
η. Αν θέλουμε ν' αποδείξουμε ότι δύο καταστάσεις $A(P_1, V_1)$ και $B(P_2, V_2)$ θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός αερίου βρίσκονται στην ίδια:

1) ισόθερμη καμπύλη, τότε αρκεί να δείξουμε ότι $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

2) αδιαβατική καμπύλη, τότε αρκεί να δείξουμε ότι $P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

4.1. Στις μεταβολές ΑΒ και ΓΔ που φαίνονται στο διπλανό σχήμα ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται κατά $\Delta V = 10$ L.



Αν η θερμότητα που απορροφά το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΒ είναι $Q_{AB} = 2.800$ J, πόση είναι η θερμότητα που απορροφά κατά τη μεταβολή ΓΔ;

[Απ.: $Q_{\Gamma\Delta} = 1.800$ J]

Δ) ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ

4.2. Ποσότητα 4/R mol ιδανικού αερίου θερμοκρασίας $T_1 = 1.200$ K παθαίνει αδιαβατική εκτόνωση μέχρι οκταπλασιασμού του όγκου του. Να βρείτε:

α) Την τελική θερμοκρασία του αερίου.

β) Το έργο που παράγεται από το αέριο.

Δίνεται: $\gamma = 5/3$. [Απ.: α) $T_2 = 300$ K, β) $W = 5.400$ J]

4.3. Ένα δοχείο με αδιαβατικά και ανένδοτα τοιχώματα χωρίζεται με λεπτό μονωτικό διάφραγμα σε δύο μέρη Α και Β με όγκους V_1 και $V_2 = 3V_1$. Τα δύο μέρη περιέχουν διαφορετικές ποσότητες από το ίδιο ιδανικό αέριο. Η πίεση στο μέρος Α είναι $P_1 = 5 \cdot 10^5$ N/m^2, ενώ στο μέρος Β είναι $P_1' = 10^5$ N/m^2. Αν αφαιρέσουμε το διάφραγμα, ποια θα είναι η τελική πίεση του συστήματος; [Απ.: $P = 2 \cdot 10^5$ N/m^2]

4.4. Ένα αέριο παθαίνει ισοβαρή εκτόνωση μέχρι διπλασιασμού της θερμοκρασίας του, οπότε το έργο που παράγει είναι $W_1 = 1.000$ J. Στη συνέχεια το αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι να επανέλθει στην αρχική θερμοκρασία. Να βρείτε το έργο που παράγεται κατά την αδιαβατική εκτόνωση. Δίνεται: $\gamma = 5/3$. [Απ.: $W_2 = 1.500$ J]

4.5. Κατά την ισόθερμη εκτόνωση ενός αερίου μέχρι που ο όγκος του να οκταπλασιαστεί απορροφάται από το αέριο θερμότητα $Q = 800 \ \ell n2$ J. Να βρείτε το έργο που θα παραγόταν από το αέριο αν πάθαινε αδιαβατική εκτόνωση μέχρι οκταπλασιασμού του όγκου του.

Δίνεται: $\gamma = 5/3$. [Απ.: W= 300 J]

4.6. Μια ποσότητα βρίσκεται σε πίεση $P_A = 8 \cdot 10^5$ N/m^{2}και έχει όγκο $V_A = 2 \cdot 10^{-3}$ m^3. Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι η πίεσή του να υποδιπλασιαστεί και στη συνέχεια συμπιέζεται ισοβαρώς μέχρι ο όγκος του να γίνει ο αρχικός και η θερμοκρασία του 400 K.

α) Να παραστήσετε γραφικά τις παραπάνω μεταβολές σε άξονες P-V.

β) Να βρείτε την αρχική θερμοκρασία του αερίου.

γ) Να βρείτε το έργο κάθε μεταβολής.

δ) Να βρείτε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου. Δίνεται: $C_v = 3R/2$.

[Απ.: β) $T_A = 800$ K, γ) $W_1 = 1.600 \ \ell n2$ J, $W_2 = -800$ J, δ) $\Delta U = -1.200$ J]

4.7. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση $A(P_1, V_1, T_1)$ με $P_1 = 8 \cdot 10^5$ N/m^2, $V_1 = 10$ L και $T_1 = 1.000$ K. Το αέριο παθαίνει αδιαβατική εκτόνωση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_2 = 8 V_1$. Να βρείτε:

α) Την τελική θερμοκρασία του αερίου.

β) Το έργο που παράγεται από το αέριο.

γ) Τη μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια του αερίου. Δίνεται: $\gamma = 5/3$.

[Απ.: α) $T_2 = 250$ K, β) $W = 9.000$ J, γ) $\Delta U = -9.000$ J]

4.8. Ποσότητα ιδανικού αερίου ίση με n = 2/R mol έχει όγκο V_1 = 8 L σε θερμοκρασία T_1 = 400 K. Το αέριο συμπιέζεται αδιαβατικά μέχρι η πίεσή του να γίνει $P_2 = 32P_1$. Να βρείτε:

α) Την τελική θερμοκρασία του αερίου.

β) Την τελική πίεση του αερίου.

γ) Τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου. Δίνεται: γ = 5/3.

[Απ.: α) T_2 = 1.600 K, β) $P_1 = 32 \cdot 10^5$ N/m^2, γ) ΔU = 3.600 J]

4.9. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση A (P_1,V_1,T_1), με $P_1 = 10^5$ N/m^2 και V_1 = 10 L. Το αέριο υποβάλλεται στις παρακάτω μεταβολές:

i. Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι η θερμοκρασία του να τριπλασιαστεί.

ii. Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι η πίεσή του να υποτετραπλασιαστεί.

iii. Ισοβαρή ψύξη μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει η αρχική.

iv. Ισόθερμη συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

α) Να σχεδιάσετε τις μεταβολές σε άξονες P-V, P-T.

β) Να βρείτε το έργο που παράγει συνολικά το αέριο.

[Απ.: β) $W_{ολ}$ = 40.000 ln2 J]

4.10. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση A (P_1,V_1,T_1). Το αέριο υποβάλλεται στις παρακάτω διαδοχικές μεταβολές:

i. Ισόθερμη εκτόνωση.

ii. Ισοβαρή συμπίεση μέχρι η θερμοκρασία του να υποτετραπλασιαστεί.

iii. Αδιαβατική συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

α) Να παρασταθούν οι μεταβολές σε άξονες P-V.

β) Αν το έργο κατά την αδιαβατική συμπίεση είναι - 900 J, να βρείτε το έργο κατά την ισόθερμη εκτόνωση. Δίνεται: γ = 5/3.

[Απ.: β) W_{AB} = 4.000ln2 J]

4.11. Ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις παρακάτω μεταβολές:

AB: Ισόχωρη θέρμανση.

ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση.

ΓΑ: Ισοβαρή ψύξη.

Αν το έργο που παράγει το αέριο κατά την κυκλική μεταβολή είναι $W_{ολ}$ = 700 J και η θερμοκρασία που απορροφάει κατά την ισόχωρη θέρμανση είναι Q_{AB} = 1.200 J, να βρείτε:

α) Το έργο που παράγει το αέριο κατά την ισόθερμη εκτόνωση.

β) Το έργο και τη θερμότητα κατά την ισοβαρή ψύξη.

Δίνεται: $\gamma = 5/3$. [Απ.: α) $W_{ΒΓ} = 1.500$ J, β) $W_{ΓΑ} = -800$ J, $Q_{ΓΑ} = -2.000$ J]

4.12. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση $Α(P_1, V_1, T_1)$ και παθαίνει τις πιο κάτω μεταβολές:

i. Ισόχωρη θέρμανση και φτάνει σε κατάσταση Β για την οποία ισχύει $P_2 = 2P_1$

ii. Ισόθερμη εκτόνωση και φτάνει στην κατάσταση Γ για την οποία ισχύει $P_3 = P_1$.

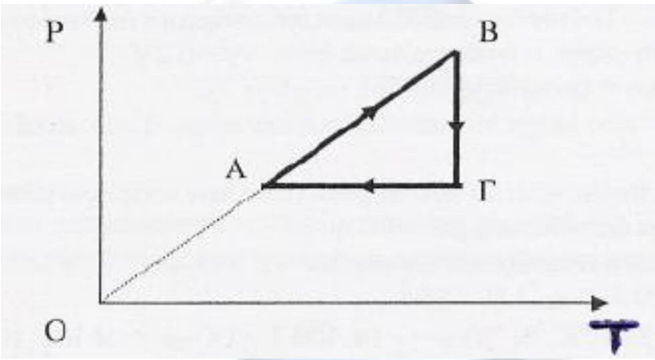
iii. Ισοβαρή συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

α) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μεταβολών σε άξονες P-V.

β) Αν η θερμότητα που απορρόφησε το αέριο κατά την ισόχωρη θέρμανση είναι $Q = 600$ J και $\gamma = 5/3$, να βρείτε το έργο σε καθεμία από τις δύο άλλες μεταβολές.

[Απ.: β) $W_{ΓΑ} = -400$ J, $W_{ΒΓ} = 800 \ln 2$ J]

4.13. Ιδανικό αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή που φαίνεται στο σχήμα της άσκησης.



Αν $P_A = 6 \cdot 10^5$ N/m^2, $T_A = 300$ K, $V_A = 4$m^3, $T_B = 500$ K, $C_v = 3R/2$, να βρείτε:

α) Τα Q, ΔU, W σε κάθε μεταβολή.

β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μεταβολών σε άξονες P-V.

[Απ.: α) $W_{ΑΒ} = 0$, $\Delta U_{ΑΒ} = Q_{ΑΒ} = 24 \cdot 10^5$ J, $\Delta U_{ΒΓ} = 0$, $W_{ΒΓ} = Q_{ΒΓ} = 4 \cdot 10^6 (\ln 5 - \ln 3)$ J,

$W_{ΓΑ} = -16 \cdot 10^5$ J, $\Delta U_{ΓΑ} = -24 \cdot 10^5$ J, $Q_{ΓΑ} = -40 \cdot 10^5$ J]

4.14. Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση $Α(P_1, V_1, T_1)$ και εκτελεί κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις παρακάτω επιμέρους μεταβολές:

i. Ισοβαρή εκτόνωση κατά την οποία προσφέρεται στο αέριο θερμότητα $Q_{ΑΒ} = 2.000$ J, ενώ αυτό μεταβάλλει την εσωτερική του ενέργεια κατά $\Delta U = 1.200$ J.

ii. Ισόθερμη εκτόνωση ΒΓ κατά την οποία απορροφά θερμότητα $Q_{ΒΓ} = 900$ J.

iii. Ισοβαρή ψύξη ΓΔ μέχρι να επανέλθει στην αρχική του θερμοκρασία.

iv. Ισόθερμη συμπίεση ΔΑ μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

Αν $W_{ΔΑ}$ = -200 J, να βρείτε:

α) Τη θερμότητα $Q_{ΓΔ}$.

β) Το έργο της κυκλικής μεταβολής.

[Απ.: α) $Q_{ΓΑ}$ = - 2.000 J, β) $W_{ολ}$ = 700 J]

4.15. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 = 500 K και T_2 = 300 K. Αν η μηχανή σε κάθε κύκλο απορροφά από τη θερμή δεξαμενή θερμότητα $Q_1 = 2 \cdot 10^5$ J, να βρείτε:

α) Το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

β) Το έργο που παράγει η μηχανή σε κάθε κύκλο.

γ) Τη θερμότητα που αποδίδει η μηχανή στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας.

[Απ.: α) e = 0,4, β) $W = 8 \cdot 10^4$ J, γ) $Q_2 = 1{,}2 \cdot 10^5$ J]

4.16. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί με απόδοση 50% όταν η δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας έχει θερμοκρασία T_2 = 300 K.

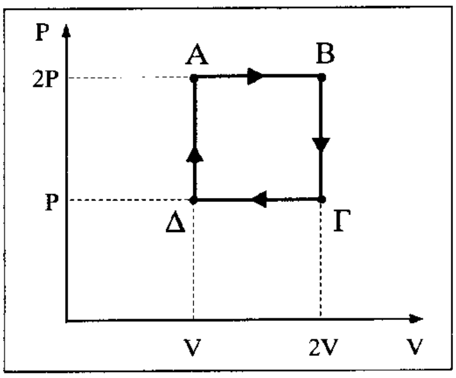
α) Πόσο πρέπει να μεταβάλουμε τη θερμοκρασία στη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας για να έχει η μηχανή απόδοση 70 %;

β) Πόση πρέπει να είναι η μεταβολή της θερμοκρασίας στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας για να έχουμε το ίδιο με το παραπάνω αποτέλεσμα;

γ) Αν η μηχανή σε κάθε κύκλο παράγει έργο W = 400 J, πόση θερμότητα απορροφάει και πόση αποβάλλει;

[Απ.: α) ΔΤ = 400 K, β) ΔΤ' = -120 K, γ) Q_1 = 800 J, Q_2 = 400 J]

4.17. Μια θερμική μηχανή λειτουργεί με τον κύκλο του σχήματος.



α) Να βρείτε την απόδοση της μηχανής.

β) Αν $Q_{ΔΑ}$ = 1.200 J, να βρείτε το ωφέλιμο έργο σε έναν κύκλο.

γ) Αν η μηχανή εκτελεί 20 c /s, να βρείτε την ισχύ της.

Δίνεται: γ = 5/3.

[Απ.: α) e = 0,1538, β) W = 800 J, γ) P = 16.000 W]

4.18. Θερμική μηχανή λειτουργεί με ιδανικό αέριο που έχει όγκο V_1 και υποβάλλεται στις παρακάτω μεταβολές: i) Ισόχωρη θέρμανση. ii) Αδιαβατική εκτόνωση μέχρι οκταπλασιασμού του όγκου του. iii) Ισόθερμη συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση. Αν γ = 5/3, να βρείτε το συντελεστή απόδοσης της μηχανής. [Απ.: $α = 1 - \frac{2}{3}\ln 2$]

4.19. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί την κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις παρακάτω επιμέρους μεταβολές:

i) Ισοβαρή εκτόνωση ΑΒ μέχρι ο όγκος του να τετραπλασιαστεί.

ii) Ισόχωρη ψύξη ΒΓ έτσι ώστε η πίεσή του να υποτετραπλασιαστεί.

iii) Ισοβαρή συμπίεση μέχρι να επανέλθει στον αρχικό του όγκο.

iv) Ισόχωρη θέρμανση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

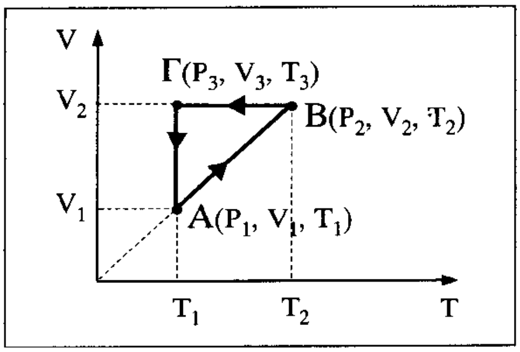
α) Να σχεδιάσετε τη μεταβολή σε άξονες P-V.

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Γ βρίσκονται στην ίδια ισόθερμη.

γ) Να βρείτε την απόδοση της παραπάνω μηχανής.

Δίνεται: γ = 5/3. [Απ.: β) $T_A = T_Γ$, γ) e = 18/69]

4.20. Το αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί την κυκλική μεταβολή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να κάνετε τη μεταβολή σε άξονες P-V.

Αν είναι $V_1 = 4\ m^3$, $T_2 = 2\ T_1$, $Q_{AB} = 4 \cdot 10^6$ J και γ = 5/3, να βρείτε:

β) Την πίεση P_1 και τον όγκο V_2.

γ) Την απόδοση της παραπάνω μηχανής.

[Απ.: β) $P_1 = 4 \cdot 10^5$ N/m^2, $V_2 = 8$ m^3, γ) $e = \frac{2}{5}$ (1-ln2)]

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

4.21. Οι θερμοδυναμικές μεταβλητές περιγράφουν:

α) Ένα μονωμένο σύστημα.

β) Τη φύση ενός θερμοδυναμικού συστήματος.

γ) Την ενέργεια και την ορμή ενός συστήματος.

δ) Την κατάσταση ενός θερμοδυναμικού συστήματος.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.22. Η κατάσταση μιας ποσότητας ιδανικού αερίου περιγράφεται μακροσκοπικά από:

α) Το νόμο του Boyle.

β) Το νόμο του Charles.

γ) Την καταστατική εξίσωση.

δ) Το νόμο Gay-Lussac.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.23. Ένα θερμοδυναμικό σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας αν σε όλη την έκταση του όγκου του έχει τις ίδιες τιμές:

α) Πίεσης και θερμοκρασίας.

β) Θερμοκρασίας και πυκνότητας.

γ) Θερμοκρασίας και θερμότητας.

δ) Πίεσης, θερμοκρασίας και πυκνότητας.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.24. Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός θερμοδυναμικού συστήματος σε διάγραμμα P-V παριστάνεται:

α) Με μια ευθεία γραμμή.

β) Με μια καμπύλη γραμμή.

γ) Με ένα σημείο.

δ) Με τρία σημεία.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.25. Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου ισούται με το άθροισμα:

α) Των δυναμικών ενεργειών των μορίων του.

β) Όλων των ενεργειών των μορίων του πλην των δυναμικών.

γ) Των κινητικών και των δυναμικών ενεργειών των μορίων του.

δ) Των κινητικών ενεργειών των μορίων του.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.26. Η εσωτερική ενέργεια μιας ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι:

α) Αντιστρόφως ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

β) Ανάλογη με την πίεση του αερίου.

γ) Ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

δ) Αντιστρόφως ανάλογη με τον όγκο του αερίου.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.27. Σε δοχείο όγκου V βρίσκεται ιδανικό αέριο σε κατάσταση Α. Διπλασιάζουμε τον όγκο του δοχείου διατηρώντας τη θερμοκρασία του σταθερή. Τότε η εσωτερική ενέργεια του αερίου:

α) Θα διπλασιαστεί.

β) Θα υποδιπλασιαστεί.

γ) Θα μείνει ίδια.

δ) Θα τετραπλασιαστεί.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.28. Ιδανικό αέριο μεταβαίνει από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β ακολουθώντας τις διαδρομές ΑΓΒ και ΑΔΒ. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές;

α) $U_A = U_B$. β) $\Delta U_{ΑΓΒ} = \Delta U_{ΑΔΒ}$. γ) $\Delta U_{ΑΓΒ} > \Delta U_{ΑΔΒ}$. δ) $W_{ΑΓΒ} = W_{ΑΔΒ}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

4.29. Το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα προκύπτει με εφαρμογή:

α) Της αρχής διατήρησης της ορμής.

β) Της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

γ) Της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

δ) Της αρχής διατήρησης της ορμής και της ενέργειας.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.30. Η μαθηματική διατύπωση του πρώτου θερμοδυναμικού αξιώματος είναι:

α) $\Delta U = Q + W$. β) $W = Q + \Delta U$. γ) $\Delta U = Q - W$. δ) $\Delta U = W - Q$.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.31. Τα μεγέθη που υπεισέρχονται στη μαθηματική διατύπωση του πρώτου θερμοδυναμικού αξιώματος είναι τα: Q, ΔU, W. Τα μεγέθη που εξαρτώνται από τον τρόπο μετάβασης του θερμοδυναμικού συστήματος από μια κατάσταση Α σε μια κατάσταση Β είναι:

α) T ,Q, ΔU. β) Q, ΔU, W. γ) W, ΔU. δ) Q, W.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.32. Σε ένα θερμοδυναμικό σύστημα προσφέρεται θερμότητα Q = 1.000 J. Αν η ενέργεια που δίνεται στο περιβάλλον από το σύστημα είναι 600 J, η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια του συστήματος θα είναι:

α) 1.600 J. β) - 400 J. γ) 400 J. δ) 0 J.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.33. Κατά τη διάρκεια μιας αντιστρεπτής μεταβολής θα πρέπει στο σύστημα να επικρατεί διαρκώς:

α) Κατάσταση υψηλής πίεσης.

β) Κατάσταση υψηλής θερμοκρασίας.

γ) Κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

δ) Κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.34. Μια αντιστρεπτή μεταβολή σε άξονες P-V παριστάνεται με:

α) Ένα σημείο.

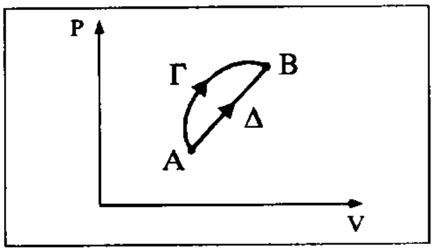
β) Δύο σημεία.

γ) Μια διακεκομμένη γραμμή από την αρχική κατάσταση στην τελική κατάσταση.

δ) Μια συνεχή γραμμή από την αρχική κατάσταση στην τελική.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.35. Ιδανικό αέριο μεταβαίνει από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α στη Β εκτελώντας την αντιστρεπτή μεταβολή ΑΓΒ ή την ΑΔΒ όπως φαίνεται στο διάγραμμα P-V του διπλανού σχήματος.

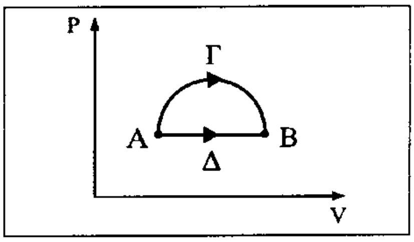


Για τις μεταβολές αυτές θα είναι:

α) $U_A - U_B = 0$. β) $W_{ΑΓΒ} > W_{ΑΔΒ}$. γ) $Q_{ΑΓΒ} = Q_{ΑΔΒ}$. δ) $\Delta U_{ΑΓΒ} \neq \Delta U_{ΑΔΒ}$.

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.36. Ιδανικό αέριο μεταβαίνει από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α στη Β εκτελώντας την αντιστρεπτή μεταβολή ΑΓΒ ή την ΑΔΒ που φαίνεται στο διάγραμμα P-V του διπλανού σχήματος.



Σημειώστε όσες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.

α) Η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην κατάσταση Α θα είναι ίδια με την εσωτερική του ενέργεια στην κατάσταση Β.

β) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου θα είναι ίδια όποια από τις δύο μεταβολές και να εκτελέσει.

γ) Η θερμότητα που απορροφά το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΓΒ είναι μικρότερη από τη θερμότητα που απορροφά κατά τη μεταβολή ΑΔΒ.

δ) Το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή ΑΓΒ είναι μεγαλύτερο από το έργο που παράγει κατά τη μεταβολή ΑΔΒ.

4.37. Οι θερμικές μηχανές είναι διατάξεις που μετατρέπουν:

α) Μηχανική ενέργεια σε θερμότητα.

β) Κινητική ενέργεια σε θερμότητα.

γ) Μέρος θερμικής ενέργειας (θερμότητας) σε μηχανική ενέργεια.

δ) Ηλεκτρική ενέργεια σε θερμότητα.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.38. Το αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί:

α) Ισόθερμη μεταβολή.

β) Αδιαβατική μεταβολή.

γ) Κυκλική μεταβολή.

δ) Μια ισόθερμη και μια αδιαβατική μεταβολή.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.39. Μια θερμική μηχανή κατά τη λειτουργία της:

α) Απορροφάει θερμότητα από τη θερμή δεξαμενή και τη δίνει στην ψυχρή δεξαμενή.

β) Απορροφάει θερμότητα από τη θερμή δεξαμενή, μηχανική ενέργεια μέσω έργου από το περιβάλλον και αποδίδει θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή.

γ) Απορροφάει θερμότητα από τη θερμή δεξαμενή, παράγει μηχανικό έργο και αποδίδει θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή.

δ) Απορροφάει θερμότητα και από τη θερμή και από την ψυχρή δεξαμενή και παράγει μηχανικό έργο.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

4.40. Μια θερμική μηχανή που δεν είναι Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 = 1.000 K και T_2 = 400 K. Η απόδοση της μηχανής αυτής θα είναι:

α) $e > 0,6$ β) $e = 0,6$ γ) $e = 0,4$ δ) $e < 0,6$

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.41. Η απόδοση μιας μηχανής Carnot είναι $α_1 = 0,7$. Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής κατά 20%, ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής θα είναι:

α) $α_2 = 0,6$ β) $α_2 = 0,75$ γ) $α_2 = 0,4$ δ) $α_2 = 0,8$

Σημειώστε και δικαιολογήστε τη σωστή απάντηση.

4.42. Σε έναν κύκλο Carnot το αέριο ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον σε:

α) Μία μεταβολή.

β) Δύο μεταβολές.

γ) Σε όλες τις μεταβολές.

δ) Σε καμία μεταβολή.

Σημειώστε τη σωστή απάντηση.

5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ
ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Παρατηρήσεις:

Ι.Κίνηση φορτίου σε ανομοιογενές πεδίο:

α. Για τον υπολογισμό του έργου της δύναμης $F_{ηλ}$ κατά τη μετακίνηση υποθέματος μεταξύ δύο σημείων Α και Β του πεδίου, χρησιμοποιούμε τη σχέση: $W_{Fηλ\,(A\to B)} = q\cdot(V_A - V_B)$.

β. Όταν τα φορτία μεταφερθούν από την αρχική τους θέση σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους, τότε το συνολικό έργο της $F_{ηλ}$ ισούται με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος στην αρχική τους θέση: $W_{Fηλ\,(A\to \infty)} = q\cdot(V_A - V_\infty) \Rightarrow W_{Fηλ\,(A\to \infty)} = q\cdot(KQ/r - 0) = \dfrac{KQ\cdot q}{r}$.

γ. Για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας του συστήματος δύο φορτίων χρησιμοποιούμε τη σχέση: $U = \dfrac{KQ\cdot q}{r}$, όπου καθένα από τα φορτία αντικαθίσταται με το πρόσημό του:

- *Αν τα φορτία Q, q είναι ομόσημα, η ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια είναι θετική.*

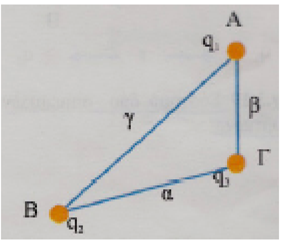
Σε αυτήν την περίπτωση, αν αφήσουμε το σύστημα των δύο φορτίων ελεύθερο, λόγω των απωστικών δυνάμεων αυτά απομακρύνονται σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους χωρίς δαπάνη ενέργειας. Αν τα φορτία βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους, για να τα φέρουμε σε απόσταση r, πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα.

- *Αν τα φορτία Q, q είναι ετερόσημα, η ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια είναι αρνητική.*

Σε αυτήν την περίπτωση, αν τα φορτία βρίσκονται αρχικά σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους και αφήσουμε το σύστημα των δύο φορτίων ελεύθερο, λόγω των ελκτικών δυνάμεων αυτά θα πλησιάσουν σε απόσταση r χωρίς δαπάνη ενέργειας. Αντίθετα, για να τα μεταφέρουμε σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους λόγω των ελκτικών τους δυνάμεων, θα πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα.

δ. Για τρία φορτία q_1, q_2, και q_3 η $U_{ολ}$είναι το άθροισμα των ηλεκτρικών δυναμικών ενεργειών όλων των συνδυασμών των φορτίων ανά δύο: $\boldsymbol{U_{ολ} = K\underline{q_1 \cdot q_2} + K\underline{q_1 \cdot q_3} + K\underline{q_2 \cdot q_3}}$

γ ***β*** ***α***

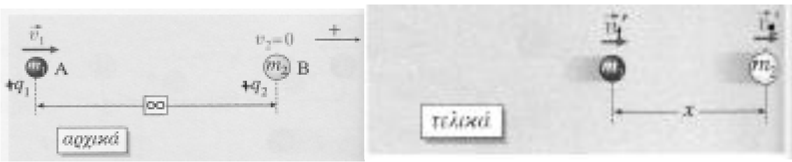


(Σχήμα 1)

ε. Όταν φορτία κινούνται με την επίδραση της δύναμης του πεδίου, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας γιατο σύστημα:

Θ.Δ.Μ.Ε ή Α.Δ.Μ.Ε: $\boldsymbol{K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}}$ **(1)**

π.χ.:



(Σχήμα 2)

$(1) \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot υ_1^{\,2} + 0 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \cdot υ_1^{\prime\,2} + \frac{1}{2} m_2 \cdot υ_2^{\prime\,2} + K \, \underline{q_1 \cdot q_2}$.

x

(θεωρούμε ότι κατά την κίνηση των σωματιδίων δεν υπάρχουν τριβές ή αντιστάσεις)

στ. Όταν σ' ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή, αν ασκούνται, έχουν συνισταμένη μηδέν, το σύστημα είναι μονωμένο και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

Α.Δ.Ο.: $\boldsymbol{P_{αρχ} = P_{τελ}}$ **(2)**

[Προσοχή: Επειδή η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος, θα πρέπει να έχω ορίσει θετική φορά για τις ταχύτητες πριν εφαρμόσω την σχέση (2)].

π.χ.: Για το Σχήμα 2, η σχέση *(2)* $\Rightarrow m_1 \cdot υ_1 + 0 = m_1 \cdot υ_1^{\prime} + m_2 \cdot υ_2^{\prime}$

ζ. Προσοχή στα ακόλουθα:

- Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων γίνει ελάχιστη.
- Η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων γίνεται ελάχιστη σε οριζόντιο επίπεδο όταν αποκτήσουν ίσες ταχύτητες (κατά μέτρο και φορά). Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. ή Θ.Μ.Κ.Ε. και Α.Δ.Ο. αν χρειαστεί για να βρούμε την απόσταση αυτή.
- Η ταχύτητα ενός σωματιδίου γίνεται μέγιστη στη θέση όπου ισχύει: $\Sigma F = 0$. Από τη σχέση αυτή βρίσκουμε την απόσταση x που συμβαίνει αυτό και στη συνέχεια εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. ή Θ.Μ.Κ.Ε., για να βρούμε την ζητούμενη ταχύτητα.
- Για να βρούμε την απόσταση ενός φορτίου από ένα άλλο στην οποία σταματά στιγμιαία ή την μέγιστη απόσταση σε οριζόντιο επίπεδο ή την ελάχιστη απόσταση στην οποία πλησιάζουν σε κατακόρυφο επίπεδο παίρνουμε $\upsilon = 0$ και εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. ή Θ.Μ.Κ.Ε. για να βρούμε την απόσταση αυτή.

η. Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q επιταχύνεται από μια διαφορά δυναμικού V και στη συνέχεια εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο, το μέτρο της ταχύτητας υ_o με την οποία μπαίνει στο πεδίο υπολογίζεται από το **Θ.Μ.Κ.Ε.**: $\mathbf{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F} \Rightarrow \ \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_o^2 - 0 = qV \Rightarrow \ \upsilon_o = \ldots$

θ. Για στοιχειώδη σωματίδια: πρωτόνια, ηλεκτρόνια, πυρήνες, ιόντα, το βάρος θεωρείται ασήμαντο σε σχέση με την ηλεκτρική δύναμη, ενώ για τα υπόλοιπα φορτισμένα σωματίδια μας ενδιαφέρει και το βάρος του.

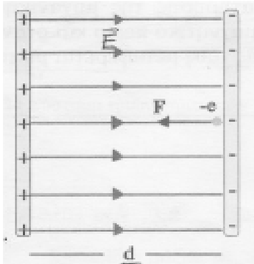
ι. Σ' ένα σωματίδιο ο λόγος: q/m ονομάζεται ειδικό φορτίο του σωματιδίου.

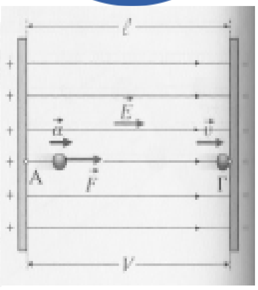
II. Κίνηση φορτίου σε ομογενές πεδίο:

Αν δεχτούμε ότι το βάρος του σωματιδίου είναι αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη του πεδίου, τότε το σωματίδιο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:

$\boldsymbol{\alpha = F / m = E \cdot q / m}$ ***(3)***

- ***Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα***





(Σχήμα 3) *(Σχήμα 4)*

Η κίνηση του ηλεκτρονίου ή του πρωτονίου περιγράφεται από τις σχέσεις:

υ = α t(4)

x =½ αt² (5)

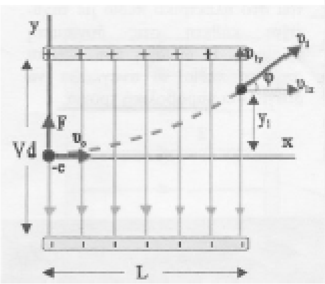
όπου η επιτάχυνση α δίνεται από τη σχέση (3).

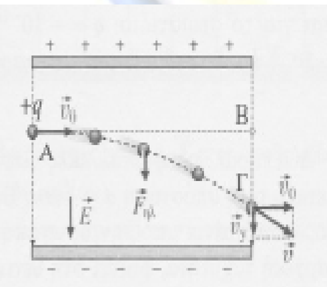
Αν δεν γνωρίζουμε την Ε, τότε μπορεί να αντικατασταθεί όπως φαίνεται στο Σχήμα 3 με:

Ε = V/d ήστο Σχήμα 4 με: **E = V/L**, ανάλογα με το πώς ορίζουν κάθε φορά την απόσταση μεταξύ των πλακών.

- Για να βρω πόσο χρόνο χρειάζεται το φορτίο για να φτάσει στην απέναντι πλάκα, θέτω στην σχέση (5) x = d ή l και λύνω ως προς χρόνο.
- Για να βρω με ποια ταχύτητα φτάνει στην απέναντι πλάκα θέτω στη σχέση (4) το χρόνο που βρήκαμε παραπάνω.

➢ ***Κίνηση με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές***





(Σχήμα 5) *(Σχήμα 6)*

Η μελέτη της κίνησης του ηλεκτρονίου ή του πρωτονίου γίνεται με τη βοήθεια της αρχής **ανεξαρτησίας των κινήσεων**. Παίρνουμε δύο άξονες: τον άξονα x κάθετο στις δυναμικές γραμμές και τον άξονα y παράλληλο στις δυναμικές γραμμές.

1. Στον **άξονα x**, το σωματίδιο δεν δέχεται δύναμη, οπότε θα κινηθεί **ευθύγραμμα ομαλά** με ταχύτητα $υ_ο$. Έτσι θα ισχύει: $υ_χ = υ_ο$***(6)***

$$χ = υ_ο \cdot t \quad (7)$$

2. Στον **άξονα y**, το σωματίδιο θα δέχεται σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του σταθερή δύναμη μέτρου: $\boldsymbol{F = E \cdot q}$, οπότε θα κάνει **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι θα ισχύει: $\boldsymbol{\upsilon_y = \alpha\, t}$ ***(8)***

$\boldsymbol{y = ½\, \alpha t^2}$ ***(9)***

όπου η επιτάχυνση α δίνεται από τη σχέση (3).

- Για να βρω τον <u>χρόνο παραμονής</u> στο πεδίο, θέτω στην σχέση (7) <u>x = L</u> και <u>λύνω ως προς χρόνο</u>.
- Για να βρω την <u>απόκλιση από</u> την <u>αρχική διεύθυνση κίνησης</u> στην έξοδο, θέτω στην <u>σχέση (9)</u> τον παραπάνω χρόνο.
- Για να βρω την <u>ταχύτητα εξόδου</u> από το πεδίο:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}\ \varepsilon\varphi\phi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$$

- Η εξίσωση τροχιάς σε μια κίνηση είναι μια σχέση των συντεταγμένων θέσης x και y, η οποία δεν περιλαμβάνει τον χρόνο, και μας δίνει το είδος της τροχιάς του σώματος. Για να βρω την <u>εξίσωση της τροχιάς</u> αρκεί να πάρουμε τις σχέσεις <u>(7) και (9)</u> και να κάνουμε <u>απαλοιφή χρόνου</u>. Πρόκειται για μια σχέση της μορφής <u>**$y = \alpha x^2$**</u>, άρα η τροχιά είναι <u>**παραβολική**</u>.

<u>ΠΥΚΝΩΤΕΣ</u>

Πυκνωτής ονομάζεται ένα σύστημα δύο αγωγών , που βρίσκονται πολύ κοντά και φορτίζονται με απολύτως ίσα ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία και μεταξύ τους παρεμβάλλεται κενό, αέρας, ή κάποιο διηλεκτρικό υλικό.

Η παραπάνω διάταξη χρησιμοποιείται για την αποθήκευση ηλεκτρικού φορτίου και ηλεκτρικής ενέργειας.

Η ικανότητα συσσώρευσης φορτίων στον πυκνωτή εκφράζεται ποσοτικά με το φυσικό μέγεθος που ονομάζεται <u>**χωρητικότητα**</u>και ισούται με το σταθερό πηλίκο του φορτίου του ενός οπλισμού (απόλυτα) προς τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του.

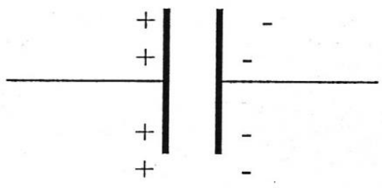
$$\boxed{C = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{V}}}$$

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται από :

Τη γεωμετρική μορφή των οπλισμών του (σχήμα , διαστάσεις)

Τη διηλεκτρική σταθερά του υλικού που υπάρχει μεταξύ των οπλισμών του.

<u>ΕΠΙΠΕΔΟΣ ΠΥΚΝΩΤΗΣ</u> ονομάζεται ένα σύστημα δύο παράλληλων μεταλλικών πλακών που έχουν ίσα ετερώνυμα φορτία.



Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή :

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{l}$$

,όπου S το εμβαδόν της επιφάνειας του κάθε οπλισμού , l η μεταξύ των οπλισμών απόσταση και ε η διηλεκτρική σταθερά του μονωτή ,η οποία για το κενό και κατά προσέγγιση και τον αέρα ισούται με τη μονάδα.

Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή λοιπόν <u>εξαρτάται</u> από :

- Το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των οπλισμών του.
- Είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης των οπλισμών του
- Είναι ανάλογη μα το εμβαδόν που έχει ο κάθε οπλισμός.

<u>ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΠΥΚΝΩΤΗ</u>

Ο πυκνωτής κατά τη διαδικασία φόρτισής του αποκτά κάποια ενέργεια και αυτό γιατί απαιτείται προσφορά ενέργειας για τη μεταφορά ηλεκτρικού φορτίου στους οπλισμούς του. Την ενέργεια αυτή ο πυκνωτής μπορεί να την προσφέρει αν τον παρεμβάλλουμε σε κάποιο άλλο κύκλωμα κατά τη διαδικασία εκφόρτισης του.

Η ενέργεια αυτή δίδεται από τις σχέσεις :

$$U_{\eta\lambda} = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$