Α Λ Γ Ε Β Ρ Α ΤΗΣ Α Λ Υ Κ Ε Ι Ο Υ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^o

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

1. Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

2. Ισχύει ότι $P(A\cup B)+P(A\cap B)=P(A)+P(B)$ για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω.

3. Δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ξένα μεταξύ τους.

4. Αν δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ξένα μεταξύ τους, τότε και τα συμπληρωματικά τους Α΄ και Β΄ είναι επίσης ξένα μεταξύ τους.

5. Δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω είναι πάντα συμπληρωματικά.

6. Αν P(A)+P(B)=1 τότε τα Α και Β είναι συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω.

7. Αν P(A)=1 τότε Α=Ω, όπου Α ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω.

8. Αν P(A)=0 τότε Α=$\varnothing$, όπου Α ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω.

9. Αν Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης τότε P(Ω)=1

10. Η πιθανότητα του αδύνατου ενδεχομένου $\varnothing$ ενός δειγματικού χώρου Ω είναι $P(\varnothing)=0$.

11. Για κάθε ενδεχόμενο Α ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $0<P(A)<1$.

12. Αν τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης είναι ισοπίθανα, τότε ονομάζουμε πιθανότητα οποιουδήποτε ενδεχομένου Α τον αριθμό: $P(A)=\dfrac{N(\Omega)}{N(A)}$

13. Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω. Το ενδεχόμενο Α-Β πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται το Β και δεν πραγματοποιείται το Α.

14. Αν Α το αδύνατο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω, τότε $A = \emptyset$.

15. Ασυμβίβαστα λέγονται δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω όταν η ένωσή τους είναι το κενό σύνολο.

16. Το συμπλήρωμα Α΄ ενός οποιουδήποτε ενδεχομένου Α ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω είναι επίσης ενδεχόμενο αυτού του δειγματικού χώρου.

17. Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

18. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση:

$$P(A) + P(A') = 1$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ – ΡΙΖΕΣ – ΑΠΟΛΥΤΑ

19. Δύο αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές.

20. Ισχύει $|-x| \geq x$, για κάθε $x \in$ IR.

21. Για κάθε α, $\beta \in$ R ισχύει ότι: $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$.

22. Ισχύει ότι : $\alpha^{\kappa+\lambda} = \alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$

23. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.

24. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

25. Αν θ>0, τότε : $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή x= -θ .

26. Για κάθε πραγματικό αριθμό α , ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.

27. Αν α>0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος τότε $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$.

28. Για κάθε $\alpha, \beta \in$ R και για κάθε ν φυσικό ισχύει η ισοδυναμία : $\alpha^{\nu} = \beta^{\nu} \Leftrightarrow \alpha = \beta$.

29. Ισχύει η συνεπαγωγή: $\alpha > \beta \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$, όπου γ<0.

30. Ισχύει η ισότητα: Αν $\alpha, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$, $\nu \in \mathbb{N}$

31. Ισχύει η ισοδυναμία: $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha$ ή $x = -\alpha$ όπου x ,α οποιοδήποτε πραγματικοί αριθμοί.

32. Για $x_0 \in R$ και $\rho > 0$ ισχύει: $|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$

33. Η απόσταση των αριθμών α και β δίνεται από τον τύπο: d(α,β)= |α-β|

34. Ισχύει $α^0=1$ για κάθε $a \neq 0$

35. Ισχύει $a^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$ ($a \neq 0$ και μ, $\nu \in \mathbb{N}$)

36. Ισχύει $|a| < 0$ για κάθε α πραγματικό αριθμό.

37. Ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$ όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$

38. Ισχύει $(α+β)^2=α^2+β^2$ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$

39. Ισχύει (α+β)(α-β)=αβ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$

40. Ισχύει ότι $|x| \geq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$ όπου θ θετικός αριθμός

41. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει : $|a|^2>α^2$.

42. Αν α, β $\geq$0 ισχύει ότι: $\sqrt[\nu]{\alpha + \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} + \sqrt[\nu]{\beta}$

43. Για κάθε αριθμό θ ισχύει: $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$.

44. Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε ισχύει: $\beta \cdot \gamma < \alpha \cdot \gamma$ ($a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$)

45. Αν $\theta > 0$ τότε ισχύει : $|x| > \theta \Leftrightarrow x > \theta$ και $x < \theta$.

46. Αν $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ και $\nu, \mu \in \mathbb{N}^*$ τότε $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\mu]{\beta} = \sqrt[\nu \cdot \mu]{\alpha \cdot \beta}$

47. Για κάθε α, β$\geq$ 0 ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.

48. Ισχύει ότι: $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$, με α , β > 0

49. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει: |α|=|-α|.

50. Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}$ με $\gamma < 0$ τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$.

51. Αν α < β και β < γ τότε α < γ ($a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$)

52. Αν α+β > β+γ τότε: α>γ ($a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$)

53. Αν α+β > γ+δ τότε ισχύει πάντα: α>γ και β>δ ($a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$)

54. $|\alpha| = -|\alpha|$ για κάθε α$\in R$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο-4ο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

55. Αν αβ=0 τότε α=0 και β=0

56. Η εξίσωση $x^{\nu} = \alpha$, με ν περιττό και $\alpha \in IR$ έχει πάντοτε λύση.

57. Αν η διακρίνουσα μιας εξίσωσης 2ου βαθμού είναι Δ>0 η εξίσωση είναι αδύνατη

58. Η εξίσωση αx + β = 0 με α = 0 και $\beta \neq 0$ είναι αδύνατη.

59. Η εξίσωση $x^{\nu} = \alpha$, με $\alpha < 0$ και ν περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.

60. Έστω Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Αν $\Delta < 0$ το τριώνυμο είναι ετερόσημο του α σε όλο το R.

61. Η εξίσωση $\chi^{\nu} = \alpha$, με α>0 και ν άρτιο φυσικό, έχει ακριβώς δύο λύσεις, τις $\sqrt[\nu]{\alpha}$ και - $\sqrt[\nu]{\alpha}$.

62. Αν Δ>0 και x_1 , x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$, τότε $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = \alpha (x+x_1)(x+x_2)$

63. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$ έχει μία διπλή ρίζα, τότε Δ=0

64. Αν α>0 , μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε : $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\mu]{\alpha^{\nu}}$

65. Αν α=0 και β=0, τότε η εξίσωση αx+β=0 είναι αδύνατη.

66. Αν α > 0 και Δ < 0 τότε η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$.

67. Αν η διακρίνουσα Δ <0, η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο πραγματικές λύσεις.

68. Το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha, \beta, \gamma \in R$, είναι πάντα θετικό, όταν η διακρίνουσα του Δ είναι μικρότερη του μηδενός.

69. Αν $a \neq 0$ τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ έχει ακριβώς μια λύση.

70. Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$,$\alpha \neq 0$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 τότε ισχύει $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x + x_1)(x + x_2)$.

71. Αν η εξίσωση $x^2 - Sx + P = 0$ έχει πραγματικές ρίζες, τότε το άθροισμά τους, είναι ίσο με τον αριθμό S και το γινόμενό τους, ίσο με τον αριθμό P.

72. Αν η διακρίνουσα ενός τριωνύμου είναι μηδέν, τότε το τριώνυμο δεν έχει ρίζες.

73. Αν για την διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0, a\neq 0$, ισχύει $\Delta<0$ τότε η εξίσωση αυτή είναι αδύνατη στο R.

74. Αν Δ=0 τότε η εξίσωση $\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0$ ($\alpha\neq 0$) έχει δύο ίσες ρίζες $x_1=x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$

75. Αν x_1,x_2 οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, τότε $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$.

76. Η εξίσωση με ρίζες $x_1,x_2\in\mathbb{R}$ είναι η : $x^2-Sx+P=0$, όπου$S=x_1+x_2$ και $P=x_1.x_2$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο

ΠΡΟΟΔΟΙ

77. Τρείς αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$.

78. Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ισχύει : $\beta^2=\alpha\cdot\gamma$.

79. Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ο β λέγεται πάντα γεωμετρικός μέσος των α, γ.

80. Τρείς αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\alpha+\beta=\beta+\gamma$

81. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει: $\alpha\beta=\beta\gamma$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^o

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

82. Το σημείο Μ(x,y) με x < 0 και y < 0 βρίσκεται στο 3^o τεταρτημόριο.

83. Η ευθεία y = αx + β, με α > 0 σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα x΄x.

84. Ως συντελεστή διεύθυνσης ή ως κλίση μιας ευθείας ε, ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ε με τον άξονα x΄x.

85. Αν Α(α,β) σημείο του επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς την αρχή των αξόνων είναι το σημείο Α΄(β,α) .

86. Αν $M(x,y)\in C_f$ $\quad$ *τότε* $\quad f(x)=y$.

87. Αν $\alpha>0$, τότε η συνάρτηση $f(x)=\alpha x+\beta$ είναι γνησίως φθίνουσα.

88. Αν $\alpha<0$, τότε η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2$ έχει μέγιστη τιμή το $f(0)=0$.

Β. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΩΝ

89. Το τριώνυμο αx^2+ βx+ γ , α≠0 , γίνεται :

ι) **Ετερόσημο του α** μόνο όταν Δ………και για τις τιμές του x που βρίσκονται……………….των ριζών
ii) **Μηδέν** όταν η τιμή του x είναι κάποια από τις………………….του τριωνύμου
iii)**Ομόσημο του α** σε κάθε άλλη……………….
iv) **Θετικό** για κάθε x€R όταν και μόνο όταν α……………..και Δ……………..
v) **Αρνητικό** για κάθε x€R όταν και μόνο όταν α……………και Δ……………
vi) **Θετικό ή μηδέν** για κάθε x€R όταν και μόνο όταν α…………και Δ………
vii) **Αρνητικό ή μηδέν** για κάθε x€R όταν και μόνο όταν α……….και Δ……………..

90. Η εξίσωση α$\cdot \chi^2+\beta\cdot\chi+\gamma=0$, α$\neq 0$ με διακρίνουσα Δ έχει:

1) Δύο άνισες ρίζες, αν Δ . . . .
2) Μία διπλή ρίζα , αν Δ . . . .
3) Καμιά πραγματική ρίζα, αν Δ . . . .

91. Αν Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$ να γίνει η αντιστοίχιση ώστε να προκύπτουν αηθείς προτάσεις

Τιμή Διακρίνουσας	Πλήθος Λύσεων Εξίσωσης
1. $\Delta>0$	Α. Μία διπλή λύση
2. $\Delta=0$	Β. Καμία λύση
3. $\Delta<0$	Γ. Δύο άνισες λύσεις

92. Στη **στήλη Α** δίνεται το είδος της συμμετρίας και στη **στήλη Β** το συμμετρικό ενός σημείου Μ(α,β). Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της **στήλης Α** στο σωστό αριθμό της **στήλης Β.**

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. Ως προς τον άξονα x΄x.	**1.** Α (β,α)
β. Ως προς τον άξονα y΄y.	**2.** Β (-α,-β)
γ. Ως προς την αρχή των αξόνων Ο(0,0).	**3.** Γ (α,-β)
δ. Ως προς την διχοτόμο της γωνίας xOy.	**4.** Δ (-α,β)
	5. Ε(α,β)

93. Να αντιστοιχίσετε τις πιθανότητες της στήλης Α με τους κατάλληλους τύπους της στήλης Β ώστε να προκύπτουν ισότητες.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1.$P(A\cup B)$	α) $1-P(A)$
2.$P(A-B)$	β) $P(A)-P(A\cap B)$
3. $P(A')$	γ) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
	δ) $P(A\cap B)-P(A)$